Université Ferhat ABBAS Sétif 1

Université Ferhat ABBAS Sétif 1

جامعة فرحات عباس - سطيف01 –

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

محاضرات في مقياس الرياضيات المالية

موجهة لطلبة السنة الثانية علوم الاقتصادية وتجارية وعلوم التسيير

من إعداد: د.سحنون فاروق
د. مصطفاي ياسين

2021/2020

مقدمة

تندرج هذه المطبوعة في مقياس الرياضيات المالية والتي تدخل ضمن الرياضيات المستخدمة في عمليات التمويل والاستثمار، حيث تم تقسيمها إلى جزئين رئيسين تتمحور حول العمليات المالية في الأجلين القصير والطويل. كما يحتوي هذين الجزئين على ثمانية فصول تستعرض مفهوم الفائدة وأنواعها البسيطة والمركبة وطرق حسابها وخصم الكمبيالات وسداد القروض على دفعات والدفعات بأنواعها والحسابات الجارية وكيفية تسديد القروض وطرق استهلاكها.

هذه المحاضرات تم إعدادها وفق للبرنامج المفصل للمقياس والذي تمت المصادقة عليه من قبل اللجنة الوطنية للتكوين في ميدان العلوم الاقتصادية.

نأمل أن نكون قد وفقنا إلى حد ما في توفير مادة علمية ذات قيمة لطلابنا.

كلمة لابد من قولها:

لا يشك المسلم في أن الله عز وجل لا يأمر بأمر ولا ينهى عن شيء الا وله فيه حكمة عظيمة، فإن علمنا بالحكمة فهذا زيادة علم ولله الحمد، وإذ لم نعلم بتلك الحكمة فليس علينا جناح في ذلك إنما الذي يطلب منا هو أن ننفذ ما أمر الله به، وننهى عما نهى الله عنه ورسوله صلى الله عليه وسلم، ولا شك أن للربا أضرار جسيمة وعواقب وخيمة، والدين الإسلامي لم يأمر البشرية بشيء إلا وفيه سعادتها وعزتها في الدنيا والآخرة، ولم ينهها عن شيء إلا وفيه شقاوتها وخسارتها في الدنيا و الآخرة، ثم إن المصلحة بتحريم الربا، لأن أضراره أكثر من منافعه ومن ثم لا يصح القول بأن العلة في تحريم الربا هي الإستغلال أو الظلم، لان الظلم أو الإستغلال هو الحكمة من تحريم الربا وهناك فرق بين الحكمة و العلة، فالحكم الشرعي يدور مع العلة لا مع الحكمة وجودا وعدما.[i]

إن المعاملات التي تقوم بها البنوك التجارية وغيرها من البنوك المتخصصة والتي يدخل الدين – وهو الإقراض والإقتراض – بزيادة تضاف إلى الدين، بنسبة مئوية من رأس المال مقابل الأجل بحسب مدته بأنها محرمة لأنها ربا قرض، ولأن ربا القرض ورد تحريمه نصا في القرآن الكريم بقوله تعالى "وإن تبتم فلكم رؤوس أموالكم لا تَظلمون ولا تُظلمون"، فمفهوم الربا عند جمع الأمم القديمة كان واحدا ومتعارفا عليه وهو الزيادة المشروطة سلفا في القرض نظير الأجل، فالفائدة ليست الا زيادة في رأس المال المقترض، وكل زيادة عليه بسبب الأجل هي الربا، لغة، وشرعا وعرفا.[ii]

الجزء الأول:

العمليات المالية في الأجل القصير

- الفصل الأول: الفائدة البسيطة؛
- الفصل الثاني: القيمة الحالية والخصم؛
- الفصل الثالث: تكافؤ الأوراق التجارية.

الفصل الأول: الفائدة البسيطة

أولا: تعريف الفائدة البسيطة

الفائدة هي المبلغ الناتج كعائد من توظيف رأس المال، أو هي المبلغ المدفوع مقابل إستخدام رأس المال المقترض، بحيث يسمى المبلغ المقترض بالأصل والفائدة هي نسبة مئوية من الأصل مقابل إستخدامه فترة معينة تكون عادة أقل من سنة، وبالتالي الفائدة تحسب شهريا، أو ثلاثيا، أو سداسيا، أو سنويا، أو نصف شهريا.[iii]

وبالتالي ومن خلال ما سبق فإن الفائدة هي الأجر الذي يدفعه المدين إلى دائنه نتيجة إستخدامه أموال دائنة في نهاية مدة زمنية معينة، فإذا إقترض شخص مبلغ من المال من أحد البنوك لمدة معينة وبمعدل فائدة تم الإتفاق عليها، فإنه يدفع إلى البنك في نهاية مدة القرض المبلغ الذي إقترضه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة عليه من إقتراض هذا المبلغ من البنك.

ثانيا: حساب الفائدة البسيطة

إن قيمة الفائدة المستحقة عن إستثمار مبلغ ما تتوقف على العناصر التالية:

- المبلغ الموظف أو الأصل المستثمر هو مبلغ المقترض أو المبلغ المودع والذي يترتب عن إستخدامه تعويض مادي (فائدة) يلتزم بها الشخص المدين (المقترض) إتجاه الدائن (صاحب رأس المال)[iv] ويرمز لها بالرمز c؛
- معدل الفائدة ويرمز لها بالرمز t وهو عدد صحيح محسوب على أساس 100دج؛
- مدة الإستثمار ويرمز لها بالرمز n؛
- مقدار الفائدة ويرمز لها بالرمز I.

ويتم حساب الفائدة البسيطة كما يلي:

$$I = c \times \frac{t}{100} \times n$$

وباعتبار رأس المال c مستعمل لمدة قد تكون بالأيام (j) أو الأشهر (m) أو السنوات(n) بمعدل فائدة t فإن الفائدة I تحسب كالآتي:

n =عدد السنوات $$I = c \times \frac{t}{100} \times n$$

m =عدد الأشهر $$I = c \times \frac{t}{100} \times \frac{m}{12}$$

j =عدد الأيام $$I = c \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{360}$$

مثال:

ما هي الفائدة المحصل عليها إذا تم استثمار مبلغ 000 100 بمعدل فائدة 5% لمدة:

- 4سنوات؟
- 10أشهر؟
- 3سنوات و5أشهر و120يوم؟

الحل:

$$I = c \times \frac{t}{100} \times n$$

$$= 100000 \times \frac{5}{100} \times 4 \quad = \quad 20000 \text{ DA}$$

$$I = c \times \frac{t}{100} \times \frac{m}{12}$$

$$= 100000 \times \frac{5}{100} \times \frac{10}{12} \quad = \quad 4166.67 \text{ DA}$$

$$I = c \times \frac{t}{100} \times n + c \times \frac{t}{100} \times \frac{m}{12} + c \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{360}$$
$$= 100000 \times \frac{5}{100} \times 3 + 100000 \times \frac{5}{100} \times \frac{10}{12} + 100000 \times \frac{5}{100} \times \frac{120}{360}$$
$$= \quad 18750 \text{ DA}$$

ثالثا: حساب الجملة المكتسبة (الرصيد)

وهي القيمة الاسمية لمبلغ موظف أو مستثمر مضاف إليه الفائدة المحصل عليها خلال مدة التوظيف أو الإستثمار،

ونرمز لها بالرمز C_n أي : $C_n = C + I$ [v]

حيث C_n يمثل الرصيد أو الجملة المكتسبة

- إذاكانت المدة بالسنوات

$$C_n = C + I$$
$$= C + c \times \frac{t}{100} \times n = C[1 + \frac{tn}{100}]$$

- إذاكانت المدة بالشهور

$$C_n = C + I$$
$$= C + c \times \frac{t}{100} \times \frac{m}{12} = C[1 + \frac{tm}{1200}]$$

- إذاكانت المدة بالأيام

$$C_n = C + I$$
$$= C + c \times \frac{t}{100} \times \frac{j}{360} = C[1 + \frac{tj}{36000}]$$

مثال: ما هو الرصيد المتحصل عليه، لمبلغ مالي قدره 20000دج، موظف بمعدل فائدة بسيطة قدرها 10%

لمدة 7سنوات.

الحل:

$$C_n = C + I$$

$$= C + c \times \frac{t}{100} \times n$$

$$= C[1 + \frac{tn}{100}]$$

$$= 20000\left[1 + \frac{10 \times 7}{100}\right]$$

$$= 34000DA$$

ملاحظات:

الملاحظة الأولى: إذا كانت مدة الاستثمار n بالأيام فهناك حالتين نعدهما علما بأن الحالة الأولى هي الأكثر انتشارا، وشيوعا وهذه الحالات، [vi] وهي:

- تحسب مدة الإيداع 360 يوم وتسمى هذه بالطريقة التجارية أو الفرنسية، حيث تستخدم هذه الطريقة من طرف البنوك في حالات الإقراض، من أجل تحقيق أكبر عائد ممكن عند نفس معدل الإقراض، وتسمى الفائدة المحسوبة بهذه الطريقة بالفائدة التجارية ويرمز لها بالرمز I_c وتحسب بالعلاقة التالية:

$$I_c = c\frac{t}{100} \times \frac{j}{360}$$

- تحسب مدة الإيداع 365يوم، وتسمى هذه الطريقة بالطريقة الصحيحة أو الإنجليزية ونستخدم 366يوم، عندما تكون السنة كبيسة أي شهر فيفري 29يوم، وتسمى الفائدة المحسوبة بهذه الطريقة بالفائدة الصحيحة، ويرمز لها بالرمز I_R، وتحسب بالعلاقة التالية:

$$\mathrm{I}_R = c\,\frac{t}{100} \times \frac{j}{365\ OU366}$$

الملاحظة الثانية: الفائدة المحسوبة بالفائدة التجارية تكون أكبر من الفائدة المحسوبة بالفائدة الصحيحة.

الملاحظة الثالثة: تكون السنة كبيسة إدا قبلت القسمة على 4 مثل سنة 2020 التي هي سنة كبيسة لأن $\frac{2020}{4} = 505$، أما سنة 2019 لا تقبل القسمة على 4 وبالتالي فهي سنة بسيطة لأن: $\frac{2019}{4} = 504.75$.

الملاحظة الرابعة: عند حساب عدد الأيام الواقعة بين تاريخين معينين نحسب أول أو آخر يوم فقط.

الملاحظة الخامسة: العلاقة بين الفائدة التجارية والصحيحة تكون النسبة بين الفائدتين كما يلي:

$$\frac{\mathrm{I}_R}{\mathrm{I}_c} = \frac{\frac{c \times t \times n}{365000}}{\frac{c \times t \times n}{360000}} = \frac{360}{365} = \frac{72}{73}$$

$$\mathrm{I}_R = \frac{\mathrm{I}_c \times 72}{73}$$

مثال:

اقترضت مؤسسة من بنك مبلغ 500000دج بـ معدل فائدة سنوي مقدر بـ: 10% لمدة 90 يوم.

المطلوب:

- أحسب الفائدة التجارية؟
- أحسب الفائدة الصحيحة؟
- ماذا تلاحظ؟

الحل:

- **حساب الفائدة التجارية $\mathbf{I}_c$**

$c = 500000DA \quad t = \%10 \quad n = 90\ j$

$\mathrm{I}_c = c\frac{t}{100} \times \frac{j}{360}$

$= 500000\frac{10}{100} \times \frac{90}{360}$

$\mathrm{I}_c = 12500\ DA$

- **حساب الفائدة الصحيحة $\mathbf{I}_R$**

الطريقة1:

$\mathrm{I}_R = c\frac{t}{100} \times \frac{j}{365}$

$\mathrm{I}_R = 500000 \times \frac{10}{365} \times \frac{90}{365}$

$= 12328.77\ \ DA$

الطريقة2:

$$I_R = \frac{I_c \times 72}{73}$$

$$I_R = \frac{12500 \times 72}{73}$$

$$I_R = 12328.77DA$$

- نلاحظ أن $\mathbf{I_R < I_c}$

$$12328.77 < 12500$$

مثال:

إقترضت مؤسسة خاصة مبلغ 30000دج من بنك بتاريخ 2018/12/15 بـ معدل فائدة سنوي بـ: 10%.

المطلوب: أحسب الفائدة التجارية والصحيحة بتاريخ 2019/06/15؟

الحل:

1- حساب الفائدة التجارية I_c

$$I_c = c\frac{t}{100} \times \frac{j}{360} \qquad c = 30000DA\ ,\ t = \%10\ \ ,\ n = ؟$$

حساب المدة:

نلاحظ أن المدة n جزء منها يقع في سنة 2018 والجزء الأخر يقع في سنة 2019، لهذا يجب معرفة سنة 2019 هل هي كبيسة أم بسيطة، لهذا يتم تقسيم 2019 على 4 فإذا كان الحاصل عدد تام هذا يعني أن السنة كبيسة ويكون شهر فيفري 29 يوم وإذا كان الحاصل عدد غير تام دل على أن السنة بسيطة ويكون شهر فيفري

28 يوم، إن حاصل $\frac{2019}{4} = 504.75$ ومنه الحاصل عدد غير تام ومنه 2019 سنة بسيطة وعليه تكون مدة التوظيف كما يلي:

الأشهر	ديسمبر	جانفي	فيفري	مارس	أفريل	ماي	جوان	المجموع
عدد الأيام	31-15=16	31	28	31	30	31	15	182

وعليه مدة الإقتراض هي : 182 يوم

ومنه:

$$I_c = 30000\frac{10}{100} \times \frac{182}{360} = 1516.67\ DA$$

2–حساب الفائدة الصحيحة:

$$I_R = c\frac{t}{100} \times \frac{j}{365}$$

$$I_R = 30000\frac{10}{100} \times \frac{182}{365}$$

$$I_R = 1495.89\ DA$$

رابعا: طريقة القاسم لحساب الفائدة

تستخدم هذه الطريقة لحساب الفائدة في حالة المدة بالأيام، والهدف منها هو إختصار العمليات الحسابية خاصة عندما يكون هناك مبالغ مختلفة بنفس المعدل.[vii]

لدينا:

$$\boldsymbol{I = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{360} \dots (1)}$$

بالقسمة على t نجد:

$$I = \frac{c \times t \times n/t}{100 \times 360/t}$$

وبوضع: $D = \frac{36000}{t}$ وتعويضها في العلاقة (1) يصبح لدينا:

$$I = c \times \frac{n}{D}$$

ويسمى D بالقاسم الثابت بالمعدل t.

ولنفرض الآن أنه تم استثمار مجموعة من المبالغ هي:

$$c_1, c_2, c_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.\,c_n$$

ومدة استثمار كل منها على التوالي هي:

$$n_1, n_2, n_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.\,n_n$$

وهذا بنفس معدل الفائدة وهو t. ولحساب الفائدة المحصلة من عملية استثمار كل هذه المبالغ لدينا:

$$\begin{aligned}
I &= I_1 + I_2 + I_3 + \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots + I_n \\
&= c_1 \frac{n_1}{D} + c_2 \times \frac{n_2}{D} + c_3 \times \frac{n_3}{D} + \cdots \ldots\ldots\ldots. + c_n \times \frac{n_n}{D} \\
&= \frac{1}{D}(c_1 \times n_1 + c_2 \times n_2 + \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots. + c_n \times n_n)
\end{aligned}$$

$$I = \sum_{i=1}^{n} \frac{c_i \times n_i}{D}$$

مثال:

أحسب الفائدة الإجمالية باستخدام طريقة القاسم للمبالغ الموظفة الآتية:

- 10000دج لمدة 30 يوم؛
- 5000دج لمدة 45 يوم؛
- 18000دج لمدة 85 يوم.

مع العلم أن معدل الفائدة 8% سنويا.

الحل:

لدينا:

$$\boldsymbol{I = \sum_{i=1}^{n} \frac{c_i \times n_i}{D}}$$

و

$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{8} = 4500$$

ومنه:

$$\boldsymbol{I = \frac{(10000\times30+5000\times45+18000\times85)}{4500} = 456.67}\text{دج}$$

خامسا: المعدل المتوسط لمجموعة رؤوس أموال موظفة بمعدلات مختلفة

لنفرض أنه تم استثمار مجموعة من المبالغ بمعدلات فائدة مختلفة لفترات مختلفة مقدرة بالأيام حيث:

- المبلغ c_1 وظف بمعدل فائدة t_1 لمدة n_1 يوم؛
- المبلغ c_2 وظف بمعدل فائدة t_2 لمدة n_2 يوم؛
- المبلغ c_3 وظف بمعدل فائدة t_3 لمدة n_3 يوم؛

. . .

. . .

. . .

- المبلغ c_n وظف بمعدل فائدة t_n لمدة n_n يوم؛

إن الفائدة الإجمالية تحسب كما يلي:

$$\boldsymbol{I = I_1 + I_2 + I_3 + \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots.. + I_n}$$

أي:

$$\boldsymbol{I = \frac{c_1 \times t_1 \times n_1}{36000} + \frac{c_2 \times t_2 \times n_2}{36000} + \frac{c_3 \times t_3 \times n_3}{36000} + \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots.. + \frac{c_n \times t_n \times n_n}{36000}}$$

ومنه:

$$I = \frac{C_1 \times t_1 \times n_1 + c_2 \times t_2 \times n_2 + c_3 \times t_3 \times n_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.. + c_n \times t_n \times n_n}{36000}$$

ليكن $\mathbf{T}$ معدل الفائدة المتوسط الذي يسمح بالحصول على نفس الفائدة لنفس المبالغ في نفس الفترات.

وعليه يصبح لدينا:

$$\boldsymbol{I = \frac{C_1 \times T \times n_1 + c_2 \times T \times n_2 + c_3 \times T \times n_3 \ldots\ldots\ldots\ldots + c_n \times T \times n_n}{36000}}$$

وبذلك يكون:

$$\boldsymbol{T} = \sum_{i=1}^{n} \frac{c_i \times n_i \times t_i}{c_i \times n_i}$$

مثال:

إذا كانت لديك مجموع من الأصول موظفة بمعدلات مختلفة كما يلي:

- المبلغ الأول 10000 موظف بمعدل 6% لمدة 40 يوم؛
- المبلغ الثاني 12000 موظف بمعدل 7% لمدة 55 يوم؛
- المبلغ الثالث 5000 موظف بمعدل 5% لمدة 35 يوم؛

المطلوب: أحسب المعدل المتوسط للمبالغ الموظفة

الحل:

لدينا:

$$\boldsymbol{T} = \sum_{i=1}^{n} \frac{c_i \times n_i \times t_i}{c_i \times n_i}$$

ومنه:

$$\mathrm{T} = \frac{10000 \times 40 \times 6 + 12000 \times 55 \times 7 + 5000 \times 35 \times 5}{10000 \times 40 + 12000 \times 55 + 5000 \times 35}$$

$$\mathrm{T} = \frac{17895000}{1235000}$$

$$\mathrm{T} = 6.3927$$

سادسا: تمارين مقترحة

التمرين (1): قام السيد جمال بتوظيف مبلغ (C) قدره 5.000.000 دج في بنك تجاري لمدة (n) 90 يوماً بمعدل توظيف (t). فإذا كانت قيمة الفائدة المتحصل عليها (I) هي 93.750 دج.

المطلوب:أحسب معدل التوظيف (t).

- على افتراض أن قيمة الفائدة (I) كانت 125.000 دج بتاريخ 2 سبتمبر 2019. أحسب عندئذٍ مدة التوظيف (n)، ثم أوجد تاريخ التوظيف.

التمرين (2): رأسمالين (C_1) و (C_2) مجموعهما 20.000 دج، تم توظيف الأول بمعدل فائدة بسيطة (t_1) والثاني وُظِّفَ بمعدل (t_2) حيث أن ($t_2 = t_1 + 1$)، حيث أن الفائدة السنوية لرأس المال الأول كانت 1.080 دج، والفائدة السنوية لرأس المال الثاني كانت 800 دج.

المطلوب: أحسب قيمة الرأسمالين (C_1) و(C_2)؛ ثم أحسب المعدلين (t_1) و (t_1)

التمرين (3): قامت إحدى المؤسسات بتوظيف ثلاث مبالغ في أحد البنوك التجارية بمعدل فائدة ثابت (t)، حيث وُظِّفَ المبلغ الأول (C_1) لمدة (n_1) 250 يوماً، والمبلغ الثاني (C_2) لمدة (n_2) 160 يوماً، والمبلغ الثالث (C_3) لمدة (n_3) 80 يوماً. وتحصلت هذه المؤسسة بعد عملية التوظيف على فوائد متساوية القيمة ($I_1 = I_2 = I_3$)، مع العلم أن مجموع المبالغ الموظفة هو 318.500 دج.

المطلوب:

1. أحسب هذه المبالغ (C_1)، (C_2)، (C_3)؛
2. أحسب معدل الفائدة (t)، إذا علمت أن فائدة المبلغ الأول (I_1) هي 3.500 دج؛

التمرين 4:

تم توظيف مبلغين (C_1) و (C_1) مجموعهما 30.000 دج، معدل الفائدة السنوي للمبلغ الأول (t_1) هو 10%، حيث وُظِّفَ هذا المبلغ لمدة (n_1) 9 أشهر، ومعدل الفائدة السنوي للمبلغ الثاني (t_2) هو 8%، حيث وُظِّفَ هذا المبلغ لمدة (n_2) 6 أشهر. مع العلم أن الفرق بين رصيدي المبلغ الثاني (C_{n1}) والمبلغ الأول (C_{n2}) هو 10.050 دج.

المطلوب: أحسب المبلغين والرصيدين.

الفصل الثاني: القيمة الحالية والخصم

أولا: مفهوم القيمة الحالية

هي قيمة الدين في أي وقت (زمن) قبل ميعاد الاستحقاق، فإذا كان هذا وقت هو تاريخ الإيداع أو التعاقد على الحصول على القرض، فإن القيمة الحالية تكون نفسها قيمة الأصل.[viii]

ويمكن تعريفها أيضا: هي قيمة رأس المال أو الدين بعدما يتم خصم الفوائد، والخصم يشمل عادة الأوراق التجارية (الكمبيالة، السفتجة، أو السند الإذني).[ix]

حيث يقوم المتعاملون الاقتصاديون بتحصيل مبالغ مبيعاتهم أو ديونهم بواسطة الأوراق التجارية التي تعتبر أداة دين ووفاء، حيث يلتزم فيها صاحب الدين بدفع مبلغ دينه والمسمى بالقيمة الاسمية بتاريخ معين يسمى تاريخ الاستحقاق، ونظرا لحاجة التجار إلى سيولة، فإنه يتم خصم هذه الأوراق التجارية لدى البنوك وتحصيل قيمة الورقة نقدا قبل ميعاد إستحقاقها، وبناءا على ذلك تقوم البنوك بإقتطاع مبلغ من القيمة الاسمية للدين يسمى بالخصم الذي يحسب كفائدة بين تاريخ خصم الورقة، وتاريخ استحقاقها بمعدل خصم معين يحدده البنك المركزي، علما أن البنوك تقوم بإعادة خصم هذه الأوراق التجارية بمعدل يسمى معدل إعادة الخصم لدى البنك المركزي والذي يكون أقل من معدل الخصم لكي تتحصل البنوك على عائد.

ثانيا: مكونات القيمة الحالية

تتمثل في ما يلي:

- قيمة الورقة تسمى **بالقيمة الاسمية** وهي المبلغ الذي يدفعه المدين في تاريخ الاستحقاق ويرمز لها بالرمز(**V**)؛

- **مبلغ العمولة** أو **الخصم** وهو المبلغ الذي يطرح من مبلغ الدين في مقابل سداده قبل موعد استحقاقه ويرمز له بالرمز (**e**)؛
- **مدة الخصم**: وهي المدة الفاصلة بين تاريخ خصم الدين حتى تاريخ استحقاقه ويرمز لها بالرمز (**n**)؛
- **معدل الخصم**: وهو المعدل الذي يحسب على أساسه مبلغ الخصم ويرمز له بالرمز (**t**)؛
- **القيمة الحالية**: وهي المبلغ الذي يتحصل عليه الدائن قبل موعد استحقاق دينه ويرمز لها بالرمز (**a**).
- **تاريخ الإستحقاق**: هو التاريخ الذي يتم الإتفاق عليه بين المورد والزبون؛
- **تاريخ الخصم**: في حالة خصم ورقة قبل تاريخ إستحقاقها.

ثالثا: قانون القيمة الحالية

يتم حساب القيمة الحالية كما يلي:

القيمة الحالية =القيمة الاسمية – قيمة الخصم

$$\boldsymbol{a = v - e}$$

وعلما أن:

$$e = v.\frac{t}{100}.\frac{n}{360}$$

وبما أن: $D = \frac{36000}{t}$ فإن: $e = \frac{v.n}{D}$

ومنه:

$$a = v - \frac{v.n}{D} = v\left(\frac{D-n}{D}\right)$$

مثال:

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 50000دج تاريخ استحقاقها 10ديسمبر تم خصمها لدى البنك بتاريخ 15 أكتوبر، بمعدل خصم 5%، **المطلوب**:

- أحسب مبلغ الخصم؟
- أحسب القيمة الحالية للورقة التجارية؟

الحل:

لدينا

$$e = \frac{vn}{D}$$

حساب المدة n

الأشهر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر	المجموع
الأيام	15-31=16يوم	30 يوم	10أيام	56يوم

$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{5} = 7200$$

$$e = \frac{vn}{D} = \frac{50000 \times 56}{7200} = 388.89DA$$

حساب القيمة الحالية:

$$a = v - e = 50000 - 388.89 = 49611.11\ DA$$

أو:

$$a = v(\frac{D-n}{D}) = 50000(\frac{7200-56}{7200}) = 49611.11\ DA$$

ملاحظة: عادة تكون مدة الخصم بالأيام ولكن قد تكون بالأشهر لأنه في الواقع لا يتعدى خصم الأوراق التجارية 90 يوم وبالتالي تصبح: $D = \frac{1200}{t}$

رابعا: الخصم التجاري والخصم الحقيقي

في الواقع هناك نوعين من الخصم هما الخصم التجاري والحقيقي[x]

1. **الخصم التجاري**: يدعى خصم البنوك وبالتالي هو الأكثر استخداما وشيوعا ويحسب على أساس القيمة الاسمية ويرمز له بالرمز ($\boldsymbol{e_c}$)؛

حيث: $e_c = \frac{v.n}{D}$

والقيمة الحالية هي:

$$a = v - e_c = v\left(\frac{D-n}{D}\right)$$

2. **الخصم الحقيقي**: ويدعى كذلك بالخصم الصحيح وهو الأقل شيوعا في الاستعمال لأنه يحسب على أساس القيمة الحالية وبالتالي يكون أقل من الخصم التجاري ويرمز له بالرمز($\boldsymbol{e_r}$)؛

حيث: $e_r = \frac{\bar{a}.n}{D}$ و $D = \frac{36000}{t}$

نرمز لقيمته الحالية بالرمز($\boldsymbol{\bar{a}}$) حيث:

$$\bar{a} = v - e_r \Rightarrow \bar{a} = v - \frac{\bar{a}.n}{D} \Rightarrow v = \bar{a} + \frac{\bar{a}.n}{D}$$

ومنه:

$$v = \bar{a}\left(1 + \frac{n}{D}\right) \Rightarrow v = \bar{a}\left(\frac{D+n}{D}\right)$$

وبذلك يكون:

$$\bar{a} = v\left(\frac{D}{D+n}\right)$$

لدينا أيضا:

$$e_r = v - \bar{a} \Rightarrow e_r = v - v\left(\frac{D}{D+n}\right) = v\left[1 - \frac{D}{D+n}\right] = v\left(\frac{D+n-D}{D+n}\right) = v\left(\frac{n}{D+n}\right)$$

أي:

$$e_r = \frac{v.n}{D+n}$$

نلاحظ أنه تم حساب الخصم الحقيقي على أساس القيمة الاسمية لأنها هي المعلومة، وبالتالي:

$$e_r = \frac{v.n}{D+n} \quad ؛ \quad \bar{a} = v\left(\frac{D}{D+n}\right)$$

مثال: سند تجاري قيمته الاسمية 76000دج تاريخ الاستحقاق 25 ماي، خصمت لدى البنك بتاريخ 10مارس، بمعدل خصم 7.5%.

المطلوب:

- أحسب e_c و a ؟
- أحسب e_R و a' ؟
- ماذا تلاحظ؟

الحل:

1. **حساب e_c و a**

- **حساب e_c**

$$e_c = \frac{vn}{D}$$

$$D = \frac{36000}{7.5} = 4800$$

حساب المدة n

الأشهر	مارس	أفريل	ماي	المجموع
الأيام	10-31=21يوم	30 يوم	25يوم	76يوم

$$e_c = \frac{vn}{D} = \frac{76000 \times 76}{4800} = 1203.33$$

- **حساب a**

طريقة1:

$$a = v - e = 76000 - 1203.33 = 74796.67\ DA$$

طريقة2:

$$a = v(\frac{D-n}{D}) = 76000(\frac{4800-76}{4800}) = 74796.67\ DA$$

2. **حساب e_R و a'**

- **حساب e_R**

$$a = \frac{vn}{D+n} = (\frac{76000 \times 76}{4800 + 76}) = 1184.58\ DA$$

- **حساب a'**

طريقة1: $a' = v - e_R = 76000 - 1184.58 = 74815.42\ DA$

طريقة2: $a' = v(\frac{D}{D+n}) = 76000(\frac{4800}{4800+76}) = 74815.42\ DA$

3. **نلاحظ أن:** $e_R < e_c$

خامسا: العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الحقيقي

1. الفرق بين الخصمين:

لدينا:

$$e_c - e_R = \frac{vn}{D} - \frac{vn}{D+n}$$

$$e_c - e_R = \frac{vn(D+n) - vnD}{D(D+n)}$$

$$e_c - e_R = \frac{vnD + vn^2 - vnD}{D(D+n)}$$

$$e_c - e_R = \frac{vn^2}{D(D+n)}$$

كما توجد هناك علاقة ثانية بين الخصم التجاري e_c والخصم الحقيقي e_R تحسب وفق العلاقة التالية

$$\frac{1}{e_r} - \frac{1}{e_c} = \frac{1}{\frac{v.n}{D+n}} - \frac{1}{\frac{v.n}{D}} = \frac{D+n}{v.n} - \frac{D}{v.n} = \frac{D-D+n}{v.n} = \frac{n}{v.n} = \frac{1}{v}$$

2. النسبة بينهما:

$$\frac{e_c}{e_R} = \frac{\frac{vn}{D}}{\frac{vn}{D+n}} = \frac{vn}{D} \times \frac{D+n}{vn} = \frac{D+n}{D}$$

3. العلاقة بين القيمة الاسمية والخصمين:

$$\frac{e_c \times e_R}{e_c - e_R} = \frac{\frac{vn}{D} \times \frac{vn}{D+n}}{\frac{vn}{D} - \frac{vn}{D+n}} = \frac{\frac{vn \times vn}{D(D+n)}}{\frac{vn(D+n) - vnD}{D(D+n)}}$$

$$= \frac{vn \times vn}{vnD + vnn - vnD} = \frac{vn \times vn}{vnn} = \mathrm{v}$$

ومنه:

$$\frac{e_c \times e_R}{e_c - e_R} = \mathrm{v}$$

مثال: لدينا المعلومات التالية الخاصة بعملية خصم ورقة تجارية:

$$e_c + e_r = 495 \ldots\ldots\ldots (1)$$
$$e_c \times e_r = 61250 \ldots\ldots (2)$$

حيث مدة الخصم هي: 77 يوم.

المطلوب:

- احسب قيمة الخصم التجاري وقيمة الخصم الحقيقي؛
- حدد القيمة الاسمية للورقة التجارية؛
- أحسب معدل الخصم؛
- إذا علمت أن الورقة التجارية خصمت بتاريخ 20 أفريل 2007 فحدد تاريخ الإستحقاق.

الحل:

1. **لدينا:**

$$e_c + e_r = 495 \Rightarrow e_c = 495 - e_r \ldots\ldots (3)$$

بالتعويض في (2) نجد:

$$(495-e_r)e_r = 61250$$

$$\Rightarrow -e_r^2 + 495e_r - 61250 = 0$$

$$\Leftrightarrow e_r^2 - 495e_r + 61250 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = (-495)^2 - 4(61250) = 25$$

بما أن المميز موجب فهذا يعني أن للمعادلة حلين متمايزين هما:

$e_{r1} = 250$ ؛ $e_{r2} = 245$

بالتعويض في المعادلة (3) نجد:

$$e_{c1} = 495 - 250 = 245$$

$$e_{c2} = 495 - 245 = 250$$

نعلم أنه: $e_r < e_c$

ومنه:

$e_c = 250$ و $e_r = 245$

2.حساب القيمة الاسمية للورقة التجارية:

لدينا:

$$\frac{1}{e_r} - \frac{1}{e_c} = \frac{1}{v} \Leftrightarrow \frac{1}{245} - \frac{1}{250} = \frac{1}{v}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{61250} = \frac{1}{v} \Rightarrow v = \frac{61250}{5} = 12250\ DA$$

3.حساب معدل الخصم:

لدينا:

$$e_c = \frac{v.n}{D} \Rightarrow D = \frac{v.n}{e_c} = \frac{12250 \times 77}{250} = 3773$$

ومنه:

$$D = \frac{36000}{t} \Rightarrow t = \frac{36000}{D} = \frac{36000}{3773} = 9.54\%$$

4.تحديد تاريخ الإستحقاق:

لدينا: مدة الخصم 77 يوم، وتاريخ الخصم 20 أفريل 2007 ومنه:

- 10 أيام من شهر أفريل (بدون إحتساب اليوم 20 من أفريل).
- 31 يوم تخص شهر ماي.
- 30 يوم تخص شهر جوان.
- 06 أيام من شهر جويلية.

وبذلك يكون المجموع هو 77 يوم كاملة (10+31+30+6)

وعليه فإن تاريخ الإستحقاق هو 6 جويلية 2007.

سادسا: تمارين مقترحة

التمرين (1):

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 30000 دج خصمت لدى بنك في 2021/1/1 وتاريخ استحقاقها 2021/03/1 وتحصل حاملها على قيمة حالية قدرها 24750 دج فما هو معدل الخصم؟

التمرين (2):

خصمت ثلاث أوراق تجارية في نفس اليوم قيمة الورقة الأولى 11000 تستحق بعد 165 يوم قيمة الورقة لثانية هي 10820دج وتستحق بعد 68 يوم أما قيمة الورقة الثالثة فهي 10750دج وتستحق بعد n يوم تحصل الأوراق الثلاثة على نفس المبالغ لكل ورقة. احسب الخصم التجاري ومتى تستحق الورقة الثالثة؟

التمرين (3):

مؤسسة عليها ثلاث اوراق تجارية الاولى تستحق الدفع بعد 75 يوم قيمتها الاسمية 17000دج والثانية تستحق بعد 100 يوم و الثالثة تستحق بعد 90 يوم وقيمتها الاسمية 9500دج مع العلم ان تاريخ التكافؤ 2021/05/10 ومعدل الفائدة 10%.

المطلوب:

- احسب القيمة الاسمية للورة الثانية، اذا كان الفرق بين الخصم التجاري والحقيقي 260 دج
- احسب الخصم التجاري والحقيقي وماذا تستنج؟

الفصل الثالث: تكافؤ الأوراق التجارية

تمهيد

عادة ما يحدث عند إجراء عمليات تجارية وسحب ورقة أو عدة أوراق تجارية، أن يتم الإتفاق على آجال محددة لإستحقاق هذه الأوراق، بحيث تتناسب وظروف كل المدينين والدائنين، إلا أنه قد يضطر المدين تحت وطأة الظروف المالية المختلفة، إلى تغيير شروط تسديد الديون أوتسويتها بطرق وتواريخ جديدة، تتناسب مع التغيرات الطارئة على ظروفه المالية بموافقة الدائن، مع الأخذ بعين الإعتبار مصلحة طرفي العلاقة، وإن أفضل عملية لذلك هو تقييم الورقة أو الأوراق التجارية القديمة وكذا الجديدة، بالقيمة الحالية والخصم التجاري و هذا ما يسمى **بالتكافؤ**.[xi]

والمبدأ الأساسي لتغيير الأوراق التجارية هو أن يحصل المستفيد (الدائن) على نفس القيمة الحالية (مع إستبعاد العمولات) إذ قدم الورقتين للخصم في نفس يوم إستبدالها في هذه الحالة نقول أن الورقتين متكافئتين في تاريخ معين إذا كان معدل الخصم واحد.

ومنه يمكن تعريف تكافؤ الأوراق التجارية: يضطر الساحب للورقة التجارية (المدين) لتأجيل تاريخ الإستحقاق لعدم تمكنه من الوفاء بالدين في الوقت المحدد، فتسحب ورقة تجارية أخرى بالتاريخ الجديد المؤجل.[xii]

تتم عمليات التكافؤ بين الأوراق التجارية بالإتفاق بين أطراف الدين دون إيقاع الضرر على أحدهما، ويكون التكافؤ عادة على أساس القيمة الحالية بإستخدام الخصم التجاري.

أولا: قانون تكافؤ الورقتين التجاريتين

تتكافؤ ورقتين تجاريتين إذا تساوت قيمتهما الحالية وبنفس معدل الخصم التجاري.

إذا كان لدينا القيمة الاسمية للورقتين التجاريتين V1،V2 ، n1 المدة الفاصلة بين تاريخ الإستحقاق للورقة الأولى وتاريخ التكافؤ لنفس الورقة. xiii

n_2: المدة الفاصلة بين تاريخ الإستحقاق للورقة الثانية وتاريخ التكافؤ للورقة الثانية

a_1: القيمة الحالية للورقة الأولى.

a_2: القيمة الحالية للورقة الثانية.

من خلال شرط التكافؤ نجد:

$$a_1 = a_2 \Leftrightarrow \mathrm{v}_1\left(\frac{D-n_1}{D}\right) = \mathrm{v}_2\left(\frac{D-n_2}{D}\right)$$

لاحظ أن D نفسه لأن معدل الخصم نفسه وبالتالي: $D = \frac{36000}{t}$

من خلال ما سبق يلاحظ أنه لدينا 3 حالات:

- **الحالة الأولى:** معرفة القيمة الاسمية وتاريخ الإستحقاق ونريد تاريخ التكافؤ.
- **الحالة الثانية:** معرفة القيمة الاسمية للورقة الجديدة و نريد تحديد تاريخ إستحقاقها.
- **الحالة الثالثة:** معرفة تاريخ إستحقاق الورقة الجديدة ونريد تحديد قيمتها الاسمية .

و يتم تناول هذه الحالات من خلال الأمثلة التالية:

مثال (1):

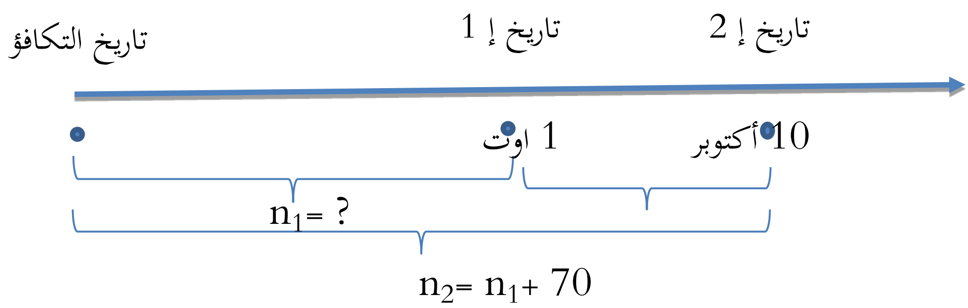
ورقة تجارية قيمتها الاسمية 50000 دج، تاريخ استحقاقها 1أوت تم تعويضها بورقة جديدة قيمتها الاسمية 51000دج، تاريخ استحقاقها 10أكتوبر، بمعدل خصم 10%.

المطلوب: حدد تاريخ التكافؤ.

الحل:

لدينا:

$$\boldsymbol{D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{7.2} = 5000}$$



$$a_1 = a_2 \Leftrightarrow v_1\left(\frac{D-n_1}{D}\right) = v_2\left(\frac{D-n_2}{D}\right)$$

$$\Leftrightarrow 50000\left(\frac{3600-n_1}{3600}\right) = 51000\left(\frac{3600-n_1-70}{3600}\right)$$

$$\Leftrightarrow 50(3600-n_1) = 51(3600-n_1-70)$$

بعد التبسيط نجد: $n_1 = 30$ يوم

وعليه فإن تاريخ التكافؤ 30 يوم قبل تاريخ 1 أوت أي في 02جويلية.

30-1=29 (شهر أوت)؛

31-29=02 (شهر جويلية).

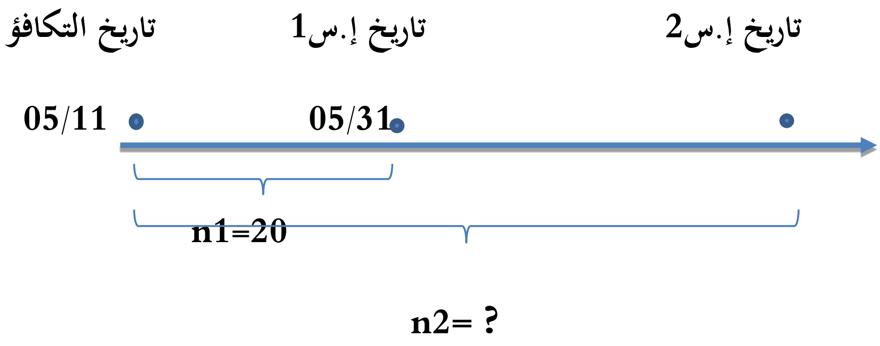
ملاحظة: يكون تاريخ التكافؤ 30 يوم قبل تاريخ 31 أكتوبر أي في 11 سبتمبر.

مثال(2):

لدى تاجر سند اذني قيمته الاسمية 29700 دج، تاريخ استحقاقه يوم 31 ماي. استبدل سند جديد بتاريخ 11 ماي، مع العلم أن القيمة الاسمية له 29850دج، بمعدل خصم 10%.

المطلوب: حدد تاريخ استحقاق السند الجديد.

الحل: لدينا



ولدينا أيضا:

$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{10} = 3600$$

ومن شرط التكافؤ:

$$a_1 = a_2 \Leftrightarrow v_1\left(\frac{D-n_1}{D}\right) = v_2\left(\frac{D-n_2}{D}\right)$$

$$\Leftrightarrow 29700\left(\frac{3600-20}{3600}\right) = 29850\left(\frac{3600-n_2}{3600}\right)$$

$$\Leftrightarrow 106326000 = 107460000 - 298506n_2$$

ومنه: $n_2 = 38$ يوم

وبالتالي فإن تاريخ إستحقاق السند الجديد هو 18 جوان أي 38 يوم بعد تاريخ التكافؤ 11 ماي.

38–20= 18 يوم (20 يوم من شهر ماي)، و18يوم تخص شهر جوان.

مثال(3):

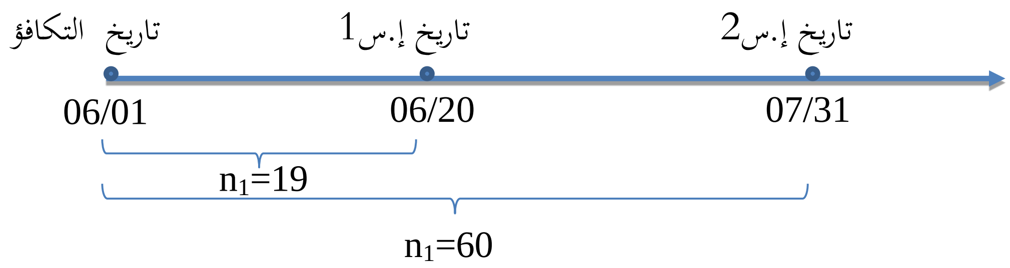
بتاريخ 1 جوان قام تاجر بإستبدال ورقة تجارية قيمتها الاسمية 100000دج، تاريخ إستحقاقها 20 جوان، بورقة تجارية جديدة تاريخ إستحقاقها 31 جويلية، بمعدل خصم 10%

المطلوب: أحسب القيمة الاسمية للورقة الجديدة؟

الحل:

لدينا:

$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{10} = 3600$$



$$a_1 = a_2 \Leftrightarrow v_1\left(\frac{D-n_1}{D}\right) = v_2\left(\frac{D-n_2}{D}\right) \Leftrightarrow 100000\left(\frac{3600-19}{3600}\right)$$
$$= v_2\left(\frac{3600-60}{3600}\right)$$

$$\Rightarrow v_2 = 101158.19$$

ثانيا: تكافؤ عدة أوراق تجارية

تتكافئ مجموعة من الأوراق التجارية مع مجموعة أخرى من الأوراق إذا كان مجموع القيم الحالية للأوراق الأولى=مجموع القيم الحالية للأوراق الجديدة تطبيقيا، تكافؤ عدة أوراق يعني إذا كان v1 وv2 القيم الاسمية لورقتين تجاريتين و n1وn2 المدة الفاصلة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق الورقتين.[xiv]

و v3، v4، v5 القيم الاسمية لأوراق تجارية أخرى و n3، n4، n5 المدة الفاصلة بين تاريخ التكافؤ وبين تاريخ إستحقاق الأوراق الثلاثة فالتكافؤ بين مجموع الأولى من الأوراق التجارية والمجموعة الثانية يتحقق إذا كان:

$$a_1 + a_2 = a_3 + a_4 + a_5$$

$$v_1\left(\frac{D-n_1}{D}\right) + v_2\left(\frac{D-n_2}{D}\right) = v_3\left(\frac{D-n_3}{D}\right) + v_4\left(\frac{D-n_4}{D}\right) + v_5\left(\frac{D-n_5}{D}\right)$$

مثال:

لدى مؤسسة ثلاث كمبيالات:

- **الكمبيالة الأولى** قيمتها الاسمية 28000دج تستحق يعد 35 يوم؛
- **الكمبيالة الثانية** قيمتها الاسمية 35000دج تستحق يعد 44 يوم؛
- **الكمبيالة الثالثة** قيمتها الاسمية 60000دج تستحق يعد 75 يوم؛

وفي 2019/03/15 تم تعويضهما بورقتين تجاريتين:

- **الورقة الأولى** قيمتها الاسمية 45000دج تستحق بعد 60 يوم؛
- **الورقة الثانية** قيمتها الاسمية v_5 تستحق بعد 80 يوم، وهذا بمعدل خصم 6%

المطلوب: أحسب القيمة الاسمية v_5؟

الحل:

$$D = \frac{36000}{t} = \frac{36000}{6} = 6000$$

من شرط التكافؤ نجد:

$$a_1 + a_2 + a_3 = a_4 + a_5$$

$$6000\left(\frac{D-n_1}{D}\right) + v_2\left(\frac{D-n_2}{D}\right) + v_3\left(\frac{D-n_3}{D}\right) = v_4\left(\frac{D-n_4}{D}\right) + v_5\left(\frac{D-n_5}{D}\right)$$

$$28000\left(\frac{6000-35}{6000}\right)+35000\left(\frac{6000-44}{6000}\right)+60000\left(\frac{6000-75}{6000}\right)$$

$$=45000\left(\frac{6000-60}{6000}\right)+\mathrm{v}_5\left(\frac{6000-80}{6000}\right)$$

$$\mathrm{v}_5=78324.32$$

ثالثا: تاريخ الاستحقاق المتوسط

إن تاريخ الاستحقاق المتوسط هو ذلك التاريخ الذي يضمن تسوية الدين بين الدائن والمدين دون تحقيق ربح أو خسارة، بحيث أن القيمة الاسمية للورقة الجديدة هي عبارة عن مجموع القيم الاسمية للأوراق السابقة.

لتكن لدينا:

$$\boldsymbol{v_1, v_2, v_3 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots . v_n}$$

قيم اسمية لأوراق تجارية.

و:

$$\boldsymbol{n_1, n_2, n_3 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots . n_n}$$

المدة الفاصلة بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ التكافؤ لهذه الأوراق.

لحساب تاريخ الإستحقاق المتوسط ننطلق من شرط التكافؤ حيث لدينا:

$$\boldsymbol{v = v_1 + v_2 + v_3 + \cdots \ldots \ldots . + v_n}$$

ومن شرط التكافؤ نجد:

$$v\left(\frac{D-n}{D}\right)=v_1\left(\frac{D-n_1}{D}\right)+v_2\left(\frac{D-n_2}{D}\right)+v_3\left(\frac{D-n_3}{D}\right)+\cdots+v_n\left(\frac{D-n_n}{D}\right)$$

$$\Leftrightarrow v-\frac{vn}{D}=v_1-\frac{v_1n_1}{D}+v_2-\frac{v_2n_2}{D}+v_3-\frac{v_3n_3}{D}+\cdots+v_n-\frac{v_nn_n}{D}$$

$$\Leftrightarrow v-\frac{vn}{D}=(v_1+v_2+v_3+\cdots+v_n)-\left(\frac{v_1n_1}{D}+\frac{v_2n_2}{D}+\frac{v_3n_3}{D}+..+\frac{v_nn_n}{D}\right)$$

$$\Leftrightarrow v-\frac{vn}{D}=v-\left(\frac{v_1n_1}{D}+\frac{v_2n_2}{D}+\frac{v_3n_3}{D}+..+\frac{v_nn_n}{D}\right)$$

وباختزال قيمة كل من v وD من الطرفين نجد:

$$vn=v_1n_1+v_2n_2+v_3n_3+\cdots+v_nn_n$$
$$\Rightarrow n=\frac{\sum_{i=1}^{n}v_in_i}{v}=\frac{\sum_{i=1}^{n}v_in_i}{\sum_{i=1}^{n}v_i}$$

ومنه فإن تاريخ الإستحقاق المتوسط لا يرتبط بمعدل الخصم.

مثال:

لدى تاجر كمبيالتين، القيمة الاسمية للورقة الأولى 10000دج و القيمة الاسمية للورقة الثانية تساوي ثلاث أرباع القيمة الاسمية للورقة الأولى ، تستحق الورقة الأولى بعد 30 يوم والثانية بعد 100يوم، فإذا علمت أن تاريخ التكافؤ هو 13 مارس، ومعدل الخصم البسيط 6%

المطلوب: أوجد تاريخ الإستحقاق المتوسط للكمبيالتين؟

الحل:

$$\mathrm{n}=\frac{\sum_{i=1}^{n}V_in_i}{\sum_{i=1}^{n}V_i}=\frac{V_1\times n_1+V_2\times n_2}{V_1+V_2}$$
$$V_2=\frac{3}{4}V_1=\frac{3}{4}10000=7500DA$$

ومنه:

$$\mathrm{n}=\frac{10000\times 30+7500\times 100}{10000+75000}=60j$$

ومنه تاريخ الإستحقاق المتوسط يكون بعد 60 يوم بعد 13 مارس

أي 31-13 يبقى 18 يوم من مارس

30 يوم من أفريل

12 يوم من ماي، إذن تاريخ الإستحقاق المتوسط هو 12 ماي.

رابعا: تمارين مقترحة

التمرين (1):

لدى مؤسسة ثلاث اوراق تجارية هي على التوالي: 60000 دج، 90000، 120000دج، تستحق شهريا على الترتيب 1، 2، 3 عوضت بورقتين جديدتين قيمة الاول 70000 والثانية 220000دج تاريخ استحقاقهما الأول 4 أشهر والثاني n.

المطلوب:

احسب مدة التكافؤ الورقة الثانية ؟

التمرين (2)

اذا كان لتاجر ثلاث كمبيالات قيمتها كالتالي:

3000 دج تستحق في 2020/05/05

4000 دج تستحق في 2020/06/07

4500 دج تستحق في 2020/10/31

وطلب من دائنه تسديدها بورقة واحدة تستحق 5 /2020/09 ، فاذا كان معدل الفائدة المستخدم 7 % سنويا فما هي قيمة الكمبيالة الجديدة؟

التمرين (3)

إذا كان لتاجر ثلاث كمبيالات قيمتها كالتالي:

- 2000 دج تستحق في 2021/05/05 معدل الخصم 5%.
- 3500 دج تستحق في 2021/06/07 معدل الخصم 6%.
- 5000 دج تستحق في 2021/10/29 معدل الخصم 7%

المطلوب:

- احسب المعدل المتوسط للمبالغ اذا كان تاريخ التكافؤ 2021/04/15 ؟
- احسب تاريخ الاستحقاق المتوسط؟

الجزء الثاني:

العمليات المالية في الأجل الطويل

- الفصل الأول: الفائدة المركبة ؛

- **الفصل الثاني: القيمة الحالية وتكافؤ معدلات رؤوس الاموال ؛**
- **الفصل الثالث: الدفعات في نهاية المدة؛**
- **الفصل الرابع: الدفعات في بداية المدة؛**
- **الفصل الخامس: القرض واستهلاكه.**

الفصل الأول: الفائدة المركبة

تمهيد

تعتبر **الفائدة البسيطة** من بين العمليات ذات الأجل القصير، حيث تدفع كنسبة على المبلغ المستثمر سواء المقترض أو المودع بصفة دورية دون أن تضاف إلى المبلغ الأصلي، إلا أن **الفائدة المركبة** تدخل ضمن العمليات ذات الأجل الطويل حيث تحسب الفائدة المستحقة عن المبلغ المستثمر في نهاية كل فترة من فترات الاستثمار، ثم تضاف إلى المبلغ المستثمر في الفترة السابقة لكي نحصل على أصل جديد في الفترة اللاحقة.

بناءا على ما تقدم، فإن الاستثمار بالفائدة المركبة يكون أكثر جدوى بمرور الزمن، ولذلك أغلب البنوك تعتمد على الأسلوب وخاصة في الفترات طويلة الأجل.

أولا: تعرف الفائدة المركبة

تستند الفائدة المركبة على قاعدة مفادها أن الفوائد المكتسبة في نهاية كل فترة يجب أن تعطي فائدة أخرى، أي العائد الذي يتم حسابه في نهاية كل فترة زمنية على أساس أصل المبلغ المستثمر يضاف إليه الفوائد المحققة في الفترات الزمنية السابقة لتصبح أصلا جديدا، وذلك إلى نهاية مدة الاستثمار.[xv]

ملاحظة: يتم تطبيق الفائدة المركبة بشكل عام عندما تتجاوز مدة التوظيف سنة واحدة.

ثانيا: حساب الجملة (القيمة المكتسبة)

لنفترض انه تم استثمار مبلغ مالي قدره (C_0) بمعدل فائدة سنوي مقداره (i) لعدد من السنوات (n)، فإن جملة المبلغ المستثمر (C_n) تحسب كما يلي:

الجملة	الفائدة	المبلغ المستثمر في أول الفترة	الفترة
$C_{1}= C_0 + C_0\, i= C_0(1+i)$	$I_1= C_0\, i$	C_0	1
$C_{2}= C_1 + C_1\, i= C_1(1+i)= C_0(1+i)^2$	$I_2= C_1\, i$	$C_1= C_0(1+i)$	2
$C_{3}= C_2 + C_2\, i= C_2(1+i)= C_0(1+i)^3$	$I_3= C_2\, i$	$C_2= C_0(1+i)^2$	3
. . $C_{k}= C_{k-1} + C_{k-1}\, i= C_{k-1}(1+i)= C_0(1+i)^k$ . . $C_{n}= C_{n-1} + C_{n-1}\, i= C_{n-1}(1+i)= C_0(1+i)^n$	. . $I_k= C_{k-1} i$. $I_n= C_{n-1}\, i$	. . $C_{k-1}= C_0(1+i)^{k-1}$ . . $C_{n-1}= C_0(1+i)^{n-1}$	. . k . . n

Source : Oscar Assoumou Menye, « Mathématiques Financières »Cours, Tavaux, exercices et corriges », édition Connaissances et Savoirs, France, 2016, P36.

انطلاقا من الجدول يمكن حساب أي جملة لأي مبلغ وفق القانون التالي:

$$\mathbf{C_{n}= C_0(1+i)^n}$$

إذا كان القانون أعلاه هو قانون الجملة، فما هو قانون الفائدة المركبة الإجمالية لمبلغ ما؟ بمعنى ما مقدار الفائدة على مبلغ ما إذا علمنا جملته.

نحن نعلم أن:

الجملة = المبلغ المستثمر + فوائده $\qquad$ $\mathbf{C_n=C_0+I}$

وبالتالي فإن:

$$I=C_n - C_o$$

$I = C_0(1+i)^n - C_o$

وعليه يكون قانون الفائدة الإجمالية المركبة (I) كما يلي:

$$\mathbf{I=C_0\,[(1+i)^n-1]}$$

كما يمكن حساب فائدة أي سنة باستخدام القانون التالي:

$$\mathbf{I_n=C_0\,(1+i)^{n-1}\,i}$$

مثال:

ما هي القيمة المكتسبة لرأسمال قدره 100 دج موظف بفائدة مركبة بمعدل سنوي 12% لمدة 5 سنوات؟

ثم احسب الفائدة الإجمالية؟

الحل:

لدينا ما يلي:

$C_o=100 \quad i=12\%, \quad n=5, \quad C_n= ?$

حساب فائدة السنة الأولى:

$I_1 = 100*0.12= 12$ DA

حساب فائدة السنة الثانية:

$I_2 = 112*0.12= 13.44$ DA

حساب فائدة السنة الثالثة:

$I_3 =100\,(1+0.12)^{3-1}\,0.12= 15.05$ DA

حساب فائدة السنة الرابعة:

$I_4 = 100\ (1+0.12)^3\ 0.12 = 16.85$ DA

حساب فائدة السنة الخامسة:

$I_5 = 100\ (1+0.12)^4\ 0.12 = 18.88$ DA

بجمع الفوائد نحصل على الفائدة الإجمالية (I)، والتي تقدر بـ **76.23** دج

بعد حساب الفوائد الناجمة عن عملية التوظيف يتم إضافتها للمبلغ المستثمر لنحصل على القيمة المكتسبة للمبلغ المستثمر:

$C_n = 100+(I_1+I_2+I_3+I_4+I_5) = 100 + 76.23 = \mathbf{176.23}$ **DA**

أو بتطبيق القانون مباشرة وبطريقة سهلة نحصل على الجملة كما يلي:

$C_5 = 100(1+0.12)^5 = \mathbf{176.23}$ **DA**

أما الفائدة الإجمالية يمكن حسابها بطرقة مباشرة باستخدام القانون التالي:

$I = C_0\ [(1+i)^n - 1] \Rightarrow I = 100\ [(1+0.12)^5 - 1]$

$\mathbf{I = 76.23}$ **DA**

ثالثا:دراسة عناصر الجملة بفائدة مركبة

من خلال القانون الأساسي للجملة يتبين لنا انه يتكون من أربعة مجاهيل، فإذا علم ثلاثة متغيرات منها يمكن تطبيق القانون واستخراج المتغير المجهول.[xvi]

1. إيجاد المبلغ المستثمر (C_0)

إذا علم قيمة الجملة والمعدل والمدة الزمنية، يمكننا استخراج قيمة المبلغ وفق القانون التالي:

$$C_n = C_0(1+i)^n \Rightarrow C_0 = C_n/(1+i)^n$$

قانون المبلغ المستثمر بفائدة مركبة (القيمة الحالية) $C_0 = C_n(1+i)^{-n}$

مثال:

استثمرت "لمياء" مبلغا من المال بفائدة مركبة لمدة 3 سنوات بمعدل سنوي 6%. فوجدت أن جملة ما يستحق لها في نهاية الفترة 59550.8 دج، فما هو المبلغ المستثمر؟

الحل:

لدينا ما يلي:

$C_o = ?\quad i=6\%,\quad n=3,\quad C_n = 59550.8$

حساب المبلغ المستثمر

$$C_0 = C_n/(1+i)^n$$

$$C_3 = C_0(1+0.06)^3 = 59550.8 \Rightarrow C_0 = 59550.8/(1+0.06)^3$$

$$C_0 = 59550.8/(1+0.06)^3 \Rightarrow \mathbf{C_0 = 50000\ DA}$$

2. إيجاد المعدل(i)

إذا علم قيمة الجملة والمبلغ والمدة الزمنية، يمكننا استخراج قيمة معدل الفائدة وفق ما يلي:

$$C_n = C_0(1+i)^n \Rightarrow i = (C_n/C_0)^{1/n} - 1$$

مثال:

أودع "ياسين" مبلغ 8000 دج في أحد البنوك بالفائدة المركبة وبعد عامين وجد أن جملة ما يستحق له 10000 دج فما هو معدل الفائدة السنوي الذي اعتمد أساسا في الحساب؟

الحل:

لدينا ما يلي:

$C_o = 8000 \quad i = ?, \quad n=2, \quad C_n = 10000$

حساب معدل الفائدة:

$$\mathbf{i = (C_n/C_0)^{1/n} - 1}$$

$$i = (1000/8000)^{1/2} - 1$$

$$\mathbf{i = 11.8034\%}$$

3.إيجاد مدة التوظيف(n)

لإيجاد مدة التوظيف وبالعودة إلى قانون الجملة نجد أن:

$$\mathbf{C_n = C_0(1+i)^n \Leftrightarrow (1+i)^n = C_n/C_0}$$

$$\boldsymbol{n = \left[\frac{ln\left(\frac{C_n}{C_0}\right)}{ln(1+i)} \right]}$$

مثال:

تم إيداع مبلغ مالي قدره 8000 دج في أحد البنوك بمعدل فائدة مركب سنوي قدره 10%، فبلغت جملة المبلغ بعد فترة من الزمن ما مقداره 10000 دج، احسب مدة التوظيف؟

الحل:

لدينا ما يلي:

$C_o= 8000 \quad i= 10\%, \quad n= ?, \quad C_n= 10000$

حساب مدة التوظيف:

$$\boldsymbol{n} = \left[\frac{(\boldsymbol{ln}\left(\frac{\boldsymbol{C_n}}{\boldsymbol{C_0}}\right)}{\boldsymbol{ln}(\mathbf{1} + \boldsymbol{i})} \right]$$

$$n = \left[\frac{(ln\left(\frac{10000}{8000}\right)}{ln(1+0.10)} \right] \Leftrightarrow n = \left[\frac{(ln(1.25)}{ln(1.1)} \right]$$

n = 2.34 سنة

أي مدة التوظيف هي عامين وأربعة أشهر وثلاثة أيام.

رابعا: حساب الجملة في حالة المدة عدد غير صحيح

عندما تكون مدة التوظيف عبارة عن عدد غير صحيح (سنوات + أشهر أو أيام) نلجأ في عملية حساب الجملة إلى أحد الحلول التالية:[xvii]

1. الحل التجاري (الرياضي)

يعد أكثر استخداما في البنوك التجارية، حيث يتم تطبيق الفائدة المركبة على كل الفترة (السنوات+الأشهر) وبالتالي نحصل على الجملة كما يلي:

$$C_{n+\frac{m}{12}} = C_0(1+i)^n(1+i)^{\frac{m}{12}} = C_0(1+i)^{n+\frac{m}{12}}$$

مثال:

أودع شخص مبلغا قدره 490 دج في البنك بمعدل فائدة مركبة سنوي 12.5%. احسب الجملة التي يؤول إليها هذا المبلغ بعد 8 سنوات من الإيداع؟ وكم ستكون القيمة بعد 11 سنة وخمسة أشهر؟

الحل:

لدينا ما يلي:

$C_o= 490$ $i= 12.5\%$, $C_n= ?$ $n=11+(5/12)$

حساب الجملة لمدة 8 سنوات:

$C_8= 490(1+0.125)^8 =$ **1257.23 DA**

حساب الجملة لمدة التوظيف الكلية:

$$C_{11+\frac{5}{12}} = 490(1+0.125)^{11+\frac{5}{12}} = 490(1.125)^{\frac{137}{12}}$$

$$C_{11+\frac{5}{12}} = \mathbf{1880.12\ DA}$$

2.الحل العقلاني

يسمى أيضا بالحل البنكي، حيث يتم حساب الجملة وفق هذا الحل كما يلي:

- حساب جملة السنوات(n) بالفائدة المركبة؛
- حساب الفائدة البسيطة بالنسبة لأجزاء السنة (m) (أشهر، أيام...الخ)؛
- ثم جمع النتيجتين لنتحصل على الجملة.

والقانون الموالي يمثل مجموع الخطوتين في حالة مدة التوظيف عبارة عن سنوات وأشهر.

$$C_{n+\frac{m}{12}} = C_n + (C_n \times i \times \frac{m}{12}) \Leftrightarrow C_{n+\frac{m}{12}} = C_0(1+i)^n(1+i \times \frac{m}{12})$$

أما في حالة أن مدة التوظيف عبارة عن سنوات وأيام، فيتم استخدام القانون الأتي:

$$C_{n+\frac{m}{12}} = C_n + (C_n \times i \times \frac{m}{360}) \Leftrightarrow C_{n+\frac{m}{12}} = C_0(1+i)^n(1+i \times \frac{m}{360})$$

مثال:

استعمل نفس المثال السابق لحساب جملة المبلغ الموظف بالحل العقلاني؟

الحل:

حساب الجملة لمدة 11 سنوات و5 أشهر باستخدام الحل العقلاني:

نقوم أولا بحساب فائدة المركبة لـ11 سنة، ثم نطبق صيغة الحل العقلاني للحصول على الجملة الكلية:

$$C_{11} = 490(1+0.125)^{11} = \mathbf{1790.09\ DA}$$

$$C_{11+\frac{5}{12}} = C_{11} + (C_{11} \times 0.125 \times \frac{5}{12}) = \mathbf{1257.23\ DA}$$

$$C_{11+\frac{5}{12}} = 1790.09 + \left(1790.09 \times 0.125 \times \frac{5}{12}\right) = \mathbf{1883.32\ DA}$$

ملاحظة: تعتبر نتيجة الحل العقلاني أكبر من نتيجة الحل التجاري.

3.الحل بطريقة التناسب

تعتمد هذه الطريقة على حصر المدة بين مدتين صحيحتين وموجودتين في الجداول المالية، ولمزيد من التوضيح نستعمل المثال السابق:[xviii]

$$11 < n < 12 \Rightarrow (1.125)^{11} < (1.125)^{11+5/12} < (1.125)^{12}$$

$$\begin{cases} (1.125)^{11} = 3.6532 \\ (1.125)^{12} = 4.1098 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 4.1098 - 3.6532 = 0.4566$$

$$\begin{cases} \Delta = 0.4566 \rightarrow 12\ mois \\ \mathrm{x} \rightarrow 5\ \mathrm{moins} \end{cases} \Rightarrow \mathrm{x} = {(5)(0.4566)}/{12} = 0.1902$$

تعتبر قيمة (x)كزيادة فوق 11 سنة، وبالتالي تضاف إلى القيمة الصغرى$(1.125)^{11}$ وعليه نحصل على ما يلي:

$$\mathrm{C}_{11+\frac{5}{12}} = 490(3.6532 + 0.1902) = \mathbf{1883.31DA}$$

خامسا: المعدلات المتناسبة والمتكافئة

تناولنا فيما سبق كيفية إيجاد الجملة بفائدة مركبة في حالة توافق المدة مع المعدل، أي إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم (i) سنوي فإن المدة (n) عندئذ تمثل عدد السنوات، ويسمى هذا المعدل **بالاسمي**، أما في حالة المدة كانت عبارة عن أجزاء من السنة (السداسي، الثلاثي، الشهر) فإنه يمكننا القول: المعدل السداسي، المعدل

الثلاثي، أو المعدل الشهري، وهنا يتم احتساب الفوائد الناتجة على أساس المعدل الجزئي **المكافئ** أو **المتناسب** مع **المعدل الاسمي**.

1.المعدل المتناسب

يكون معدلين متناسبين إذا كانت نسبتهما تساوي نسبة مدتهما.إذ يكفي لحساب المعدل المتناسب لمرحلة ما بتقسيم المعدل الموافق لتلك المرحلة على عدد المراحل الموجودة في المرحلة. [xix]

مثلا (i_1) الذي مدته (n_1) و(i_2) مدته (n_2)، حتى يكون المعدلين متناسبين يجب أن يتحقق التناسب التالي:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

أو بعبارة أخرى نحصل على المعدلات المتناسبة مع المعدل السنوي كما يلي:

- المعدل السداسي (i_s) الذي يتناسب مع المعدل السنوي (i) هو: $i_s = i/2\ \%$
- المعدل الثلاثي (i_t) الذي يتناسب مع المعدل السنوي (i) هو: $i_t = i/4\ \%$
- المعدل الشهري (i_m) الذي يتناسب مع المعدل السنوي (i) هو: $i_m = i/12\ \%$

2.المعدلات المتكافئة

نقول أن المعدلات متكافئة عندما تكون لديهما نفس الجملة بواسطة فوائد مركبة خلال نفس فترة التوظيف. [xx]

فإذا كان (i) هو المعدل السنوي و (i_k) المعدل المكافئ له فإن: [xxi]

$$C(1 + i) = C(1 + i_k)^k$$

$$(1+i) = (1+i_k)^k \Rightarrow i = (1+i_k)^k - 1$$

$$(1+i_k) = C(1+i)^{1/k}$$

$$i_k = (1+i)^{1/k} - 1$$

ملاحظة: المعدل المتكافئ أقل من المعدل المتناسب.

مثال:

يحصل مستثمر في سند ببوصة (Douala stock exchange) على فائدة بمعدل سنوي قدره 6%.

المطلوب:

- احسب المعدل السداسي المكافئ للمعدل السنوي؟
- احسب المعدل السداسي والثلاثي الذي يتناسب مع المعدل السنوي؟

الحل:

لدينا: $i=6\% \ ; \ i_s= ?$

بتطبيق القانون نجد المعدل السداسي الذي يعطي نفس الجملة كما يلي:

$$C(1+i) = C(1+i_s)^2$$

$$i_s = (1+0.06)^{\frac{1}{2}} - 1$$

$$\mathbf{i_s = 2.95\%}$$

حساب المعدل الثلاثي المتناسب مع المعدل السنوي:

$$\frac{\mathrm{i}_1}{\mathrm{i}_2} = \frac{\mathrm{n}_1}{\mathrm{n}_2} \Rightarrow \frac{6}{\mathrm{i}_\mathrm{t}} = \frac{12}{3}$$

$$\mathbf{i_t = 1.5\%}$$

حساب المعدل السداسي المتناسب مع المعدل السنوي:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{6}{i_s} = \frac{12}{6}$$

$$\boldsymbol{i_s = 3\%}$$

الفصل الثاني: القيمة الحالية وتكافؤ معدلات رؤوس الاموال

أولا: القيمة الحالية والخصم المركب

في كثير من الأحيان يكون المطلوب إيجاد القيمة الحالية لمبلغ مستقبلي، وهذا ما يحدث عند خصم الكمبيالات، حيث يعلم المبلغ الذي يدفع في تاريخ مستقبلي(الاستحقاق)، وهو المبلغ المثبت على وجه الكمبيالة (القيمة الاسمية). وبالتالي فإن **القيمة الحالية** هي قيمة مبلغ ما في الوقت الحالي علما أنه يستحق في المستقبل.

وعليه يمكن استنتاج قانون القيمة الحالية الذي نرمز لها بالرمز **(A)** من قانون الجملة (القيمة المكتسبة) وفق يلي:

$$V = A(1+i)^{n} \Rightarrow A = V(1+i)^{-n}$$

حيث:

(A): القيمة الحالية للأصل.

(V): القيمة الاسمية للأصل.

(i): معدل الخصم.

(n): مدة الخصم بالسنوات، وهي المدة الفاصلة بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق.[xxii]

أولا: خصم الديون بفائدة مركبة

إن الخصم **(e)** يمثل محصلة الفرق بين القيمة الاسمية **(V)** والقيمة الحالية **(A)**، أي أنه:[xxiii]

$$e = V - A$$

$$e = A(1+i)^n - A \Rightarrow e = A[(1+i)^n - 1]$$

يستخدم هذا القانون لإيجاد قيمة الخصم في حالة وجود القيمة الحالية، أما في حالة توفر القيمة الاسمية نطبق القانون الموالي:

$$e = V - A \Rightarrow E = V - V(1+i)^{-n} \Leftrightarrow e = V[1-(1+i)^{-n}]$$

مثال:

كمبيالة قيمتها الاسمية 16000 دج تستحق بعد 7 سنوات من الآن، المطلوب معرفة مقدار الخصم على هذه الكمبيالة إذا كان معدل الخصم 4%، وكذا معرفة قيمة القيمة الحالية؟

الحل:

لدينا ما يلي:

$V = 16000$ $i = 4\%,$ $A = ?$ $e = ?$ $n = 7$

حساب مقدار الخصم:

$$e = V[1-(1+i)^{-n}] \Rightarrow e = 16000[1-(1+0.04)^{-7}]$$

$$e = 16000[0.2400821]$$

e = 3841.3149 دج مقدار الخصم

حساب القيمة الحالية:

$$A = V - e$$

$A= 16000 - 3841.3149$

A = 12158.685 دج مقدار القيمة الحالية

مثال:

لتسديد دين مبلغه 22000 دج بعد 5 سنوات إذا كانت قيمته الحالية 21500 دج، احسب معدل الخصم؟

الحل:

لدينا ما يلي:

$V= 22000 \quad i= ?\ \%, \quad A= 21500 \quad n=5$

إيجاد معدل الخصم:

$V = A(1+i)^n \Rightarrow (1+i)^n = V/A$

$(1+i)^5 = 22000/21500 \Rightarrow (1+i) = (1.1)^{1/5}$

$(1+i) = 1.01924 \Rightarrow \mathbf{i= 1.92\%}$

مثال:

كمبيالة قيمتها الاسمية 15000 دج بعد مدة معينة تم خصمها بمعدل 7%، فإذا كانت قيمتها الحالية 10000 دج، احسب مدة التوظيف؟

الحل:

لدينا ما يلي:

V= 20000 i= 7 %, A= 15000 n=5

حساب مدة التوظيف:

$V = A(1+i)^n \Rightarrow (1+i)^n = V/A$

$(1+i)^n = 15000/10000 \Rightarrow (1+i)^n = 1.5$

$n \, Ln(1.07) = ln(1.5) \Rightarrow n = 0.405/0.067$

$n \approx 6$ سنوات

ثانيا: تكافؤ الديون أو رؤوس الأموال

هو عبارة عن اتفاق بين الدائن والمدين يقضي بتسوية الديون عن طرق استبدال دين أو ديون قديمة بدين جديد أو عدة ديون جديدة وذلك حسب طبيعة الاتفاق بين الطرفين.

وحتى لا يكون ضرر بين أطراف الاتفاق عند إجراء عملية التسوية، لابد أن تتساوى القيمة الحالية للدين أو الديون القديمة مع القيمة الحالية للدين أو الديون الجديدة في تاريخ محدد يسمى بتاريخ **التكافؤ**.

وتأخذ عملية التسوية (الاستبدال) الصور الآتية:[xxiv]

1.حالة تكافؤ رأسمالان

تكون قاعدة التكافؤ في هذه الحالة على النحو الآتي:

$$\mathbf{A_1 = A_2 \Rightarrow V_1(1+i)^{-n1} = V_2(1+i)^{-n2}}$$

حيث:

(A_1): القيمة الحالية للدين القديم. **(A_2)**: القيمة الحالية للدين الجديد.

(V_1): القيمة الاسمية الدين القديم. **(V_2)**: القيمة الاسمية للدين الجديد.

مثال:

شخص مدين بسند يستحق السداد بعد 5 سنوات قيمته الاسمية 20000 دج، اتفق مع دائنه على استبدال هذا السند بسند جديد يستحق بعد 7 سنوات، فما القيمة الاسمية للسند الجديد إذا تمت التسوية بمعدل فائدة مركبة 6% سنوي؟

الحل:

لدينا ما يلي:

$V_1= 20000,\quad V_2= ?\quad , i= 6\ \%,\quad n_1= 5\quad n_2=7$

حساب القيمة الاسمية للسند الجديد:

حسب قاعدة التكافؤ (التسوية) لابد أن يكون:

$\mathbf{A_1 = A_2} \Rightarrow V_1(1+i)^{-n1} = V_2(1+i)^{-n2}$

$20000(1+0.06)^{-5} = V_2(1+0.06)^{-7}$

$\mathbf{V_2 = 22472\ \ DA}$

2.حالة تكافؤ رأسمال مع مجموعة من رؤوس الأموال

تكون قاعدة التكافؤ في هذه الحالة على النحو الآتي:

$$\mathbf{A = A_1 + A_2 + A_3 + \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots +A_k}$$

$$A = \sum_{i=1}^{k} A_i \quad \Rightarrow \quad V(1+i)^{-n} = \sum_{i=1}^{k} V_i(1+i)^{-n_k}$$

مثال:

تاجر مدين بالديون التالية:

- سند قيمته الاسمية 50000 دج يستحق السداد بعد ثلاث سنوات؛
- سند قيمته الاسمية 70000 دج يستحق السداد بعد 5 سنوات؛
- سند قيمته الاسمية 90000 دج يستحق السداد بعد 7 سنوات.

اتفق مع دائنه باستبدال هذه السندات بان يحرر له سند جديدا واحدا يستحق السداد بعد 4 سنوات من الآن فما هي القيمة الاسمية للند الجديد إذا تمت التسوية بمعدل فائدة مركبة 5 % سنويا؟

الحل:

لدينا ما يلي:

$V= ?$, $V_1= 50000$, $V_2= 70000$, $V_3= 90000$, $i= 5\ \%$, $n_1= 3$, $n_2=5$, $n_3=7$

حساب القيمة الاسمية للسند الجديد:

حسب قاعدة التكافؤ (التسوية) لابد أن يكون:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 \Rightarrow V(1+i)^{-n} = V_1(1+i)^{-n_1} + V_2(1+i)^{-n_2} + V_3(1+i)^{-n_3}$$

$$V(1.05)^{-4} = 50000(1.05)^{-3} + 70000(1.05)^{-5} + 90000(1.05)^{-7}$$

V = 196912.05 DA

3.حالة تكافؤ مجموعتين من رؤوس الأموال

تكون قاعدة التكافؤ في هذه الحالة على النحو الآتي:

$$\sum_{i=1}^{k} A_i = \sum_{i=1}^{k} A'_i$$

مثال:

في 2019/1/1 كان رضوان مدينا بالمبالغ التالية:

- 3000 تستحق بعد 4 سنوات؛
- 5000 تستحق بعد 5 سنوات؛
- 7000 تستحق بعد 6 سنوات

وفي 2021/1/1 اتفق "رضوان" مع الدائن على أن يدفع مبلغ 4000 دج نقدا، وأن يسدد الباقي بواسطة ثلاث سندات أذنية. أحسب قيمة كل من السندات الثلاث إذا علمت أن القيم الاسمية لهذه السندات تشكل فيما بينها حدود متتالية حسابية أساسها 500، علما أن هذه السندات تستحق بعد 2، 3، 2 سنوات على التوالي، وأن معدل الفائدة المركبة 5% سنويا.

الحل:

لدينا ما يلي:

$V_1= 3000,\quad V_2= 5000,\quad V_3= 7000,\quad i= 5\ \%,\quad n_1= 2,\ n_2=3,\ n_3=4$

$V'_1= ?,\quad V'_2= ?,\quad V'_3= ?,\quad r=500,\quad n'_1= 2,\ n'_2=3,\ n'_3=2$

حساب القيمة الاسمية للسند الجديد:

حسب قاعدة التكافؤ (التسوية) لابد أن يكون:

$$\sum_{i=1}^{k} A_i = \sum_{i=1}^{k} A'_i$$

$$\sum_{i=1}^{k} V_i\,(1+i)^{-n_i} = \sum_{i=1}^{k} V'_i\,(1+i)^{-n'_i}$$

حساب قيمة الديون القديمة في تاريخ التسوية 2021/1/1

$$\sum_{i=1}^{k} V_i\,(1+i)^{-n_i} = 3000(1.05)^{-2} + 5000(1.05)^{-3} + 7000(1.05)^{-4}$$

$$\sum_{i=1}^{k} V_i\,(1+i)^{-n_i} = \mathbf{12799.193\ DA}$$

حساب قيمة الديون الجديدة في 2021/1/1

$$\sum_{i=1}^{k} V'_i\,(1+i)^{-n'_i} = 6104.452 + V'_1(1.05)^{-2} + V'_2(1.05)^{-3} + V'_3(1.05)^{-2}$$

$$= 6104.452 + V'_2(1.05)^{-3} + (V'_3 + V'_1)(1.05)^{-2}$$

باستخدام قانون الحد الوسيط للمتتالية الحسابية نحصل على:

$$= 6104.452 + V'_2(1.05)^{-3} + (2V'_2)(1.05)^{-2}$$

$$= 6104.452 + V'_2((1.05)^{-3} + 2(1.05)^{-2})$$

$$= \mathbf{6104.452 + V'_2(2.677)}$$

وبمساواة قيمة الديون القديمة مع الجديدة في تاريخ التسوية 2021/1/1 نجد:

$$12799.193 - 6104.452 = V_2'(2.677)$$

$$\mathbf{V_2' = 2500\ DA}$$

$$\mathbf{V_1' = V_2' - r = 2000\ DA}$$

$$\mathbf{V_3' = V_2' + r = 3000\ DA}$$

ثالثا: تاريخ الاستحقاق المتوسط

هو تاريخ استبدال عدة ديون قديمة بدين واحد جديد قيمته الاسمية **(V)** تساوي مجموع القيم الاسمية للديون القديمة($\mathbf{V_1}$،$\mathbf{V_2}$، $\mathbf{V_3}$، ....، $\mathbf{V_k}$) وبالعودة إلى قاعدة التكافؤ نلاحظ أن:[xxv]

$$\mathbf{A = \sum_{i=1}^{k} A_i \quad \Rightarrow \quad V(1+i)^{-n} = \sum_{i=1}^{k} V_i (1+i)^{-n_k}}$$

ولما كانت القيمة الاسمية للدين الجديد هي مجموع القيم الاسمية للديون القديمة نجد أن:

$$\mathbf{(V_1 + V_2 + \cdots + V_k)(1+i)^{-n} = \sum_{i=1}^{k} V_i (1+i)^{-n_k}}$$

$$\mathbf{(1+i)^{-n} = \sum_{i=1}^{k} V_i (1+i)^{-n_k} / (V_1 + V_2 + \cdots + V_k)}$$

وهذا هو قانون الاستحقاق المتوسط:

أي أن:

تاريخ الاستحقاق المتوسط = مجموع القيم الحالية للديون القديمة /مجموع القيم الاسمية للديون القديمة

مثال:

شخص مدين بالديون التالية:

- سند قيمته الاسمية 7000 دج يستحق السداد في 2018/12/31
- سند قيمته الاسمية 30000 دج يستحق السداد في 2020/12/31

بتاريخ 2015/12/31 اتفق المدين مع دائنه على أن يستبدل هذين السندين بسند واحد قيمته الاسمية مساوية لمجموع القيم الاسمية للسندين الجديدين، ففي أي تاريخ يستحق السند الجديد إذا تمت التسوية بمعدل فائدة مركبة 10% سنويا؟.

الحل:

لدينا ما يلي:

$V_1= 70000, \quad V_2= 30000, \quad V=V_1+V_2, \quad i= 6\ \%, \quad n_1= 3, \quad n_2=5$

حساب القيمة الاسمية للسند الجديد:

حسب قاعدة التكافؤ (التسوية) لابد أن يكون:

$$A = \sum_{i=1}^{k} A_i \quad \Rightarrow \quad V(1+i)^{-n} = \sum_{i=1}^{k} V_i(1+i)^{-n_k}$$

$$V(1+i)^{-n} = V_1(1+i)^{-n_1} + V_2(1+i)^{-n_2}$$

$$(V_1+V_2)(1+i)^{-n} = V_1(1+i)^{-n_1} + V_2(1+i)^{-n_2}$$

$$(1+i)^{-n} = V_1(1+i)^{-n_1} + V_2(1+i)^{-n_2}/(V_1+V_2)$$

$$(1.06)^{-n} = 30000(1.06)^{-3} + 70000(1.06)^{-5}/(30000+70000)$$

$$(1.06)^{-n} = 0.8119$$

$$\ln(1.06)^{-n} = \ln(0.8119) \Rightarrow (-n) = \ln(0.8119) / \ln(1.06)$$

$n = 3.58$ سنة

تاريخ استحقاق السند الجديد هو: 3 سنوات و7 أشهر تقريبا.

رابعا: تمارين مقترحة

تمرين:

استثمرت "شهد" 25000 دج بفائدة مركبة معدلها السنوي 4.5% ولمدة 5 سنوات المطلوب حساب جملة المبلغ ومقدار الفائدة المركبة؟

التمرين(1) :

استثمر "احمد" مبلغا ما بمعدل معين فبلغت فائدته السنوية بعد عامين 800دج والمركبة 950 دج كم هو المبلغ المستثمر؟إذا علمت أن معدل الفائدة السنوي 5%.

التمرين (2):

استثمرت "كريمة" 30000 دج بفائدة مركبة معدلها السنوي 3.5%، فبلغت جملة المبلغ بعد فترة من الزمن 35630.58917 دج، المطلوب حساب مدة التوظيف بالسنوات؟ ثم احسب فائدة السنة الثانية والثالثة؟

التمرين (3):

يرغب "محمد" في معرفة المبلغ الواجب عليه إيداعه الآن في احد البنوك حتى تصبح جملته بعد 10 سنوات من الآن 25000 دج، إذا علمت أن البنك يعطي فائدة معدلها بفائدة معدلها السنوي 5%؟

التمرين (4):

رأسمال قدره 1000 دج وظف بفائدة مركبة بمعدل سنوي قدره 8%، لمدة 3 سنوات.

المطلوب:

- احسب المعدل الشهري المكافئ للمعدل السنوي؟
- احسب المعدل المتناسب الثلاثي مع المعدل السنوي؟

التمرين (5):

شخص مدين بالمبالغ التالية:

- 1000 دج تستحق بعد 4 سنوات؛
- 3000 دج تستحق بعد 6 سنوات؛
- 4000 دج تستحق بعد 8 سنوات.

فإذا أراد المدين أن يعدلها بحيث تتناسب وإيراداته المنتظمة والتي تمكنه من سدادها بالطريقة التالية:

- سداد 1000 نقدا؛
- دينين متساويين القيمة الاسمية لكل منهما 2055.1 دج.

فإذا علمت أن الدين الجديد يستحق بعد عامين من التسوية احسب مدة الدين الجديد إذا كان معدل الفائدة المركبة المستخدم 10% سنويا.

الفصل الثالث: دفعات نهاية المدة (دفعات السداد)

تمهيد

الدفعات(الأقساط) تدخل ضمن العمليات ذات الأجل الطويل، حيث أنها عكس المبلغ في الفائدة المركبة، الذي يدفع مرة واحدة، فإنه يمكن أن يدفع على أقساط، وعلى عدة مرات، وهذا ما يعرف بالدفعات.

وسوف نتعرف على الدفعات قبل إستعمال أهمها في العمليات المالية الهامة، وهي دفعات نهاية المدة، ودفعات بداية المدة.[xxvi]

ويمكن تعريف الدفعات هي مبالغ مالية متساوية تدفع دوريا في فترات متساوية، وتسمى فترة الدفع أو السداد بالمدة، وقد تكون هذه المدة سنة أو سداسي أو ثلاثي أو شهري.[xxvii] و يمكن تصنيف الدفعات على حسب تاريخ دفعها:

- **دفعات نهاية المدة:** وهي الدفعات التي تدفع في آخر الفترات الزمنية و تسمى بدفعات السداد وتدفع عادة لتسديد الديون.
- **دفعات بداية المدة:** وهي التي تدفع في أول الفترات الزمنية ويطلق عليها الدفعات الفورية أو دفعات الإستثمار، وتدفع في الغالب لتكوين رأس المال.

إن دفعات نهاية المدة تدفع في نهاية المدة وعادة ما تكون لتسديد دين و الدفعة الأخيرة يتم عندها حساب مبلغ رأس المال،[xxviii] وتتميز الدفعات المتساوية بما يلي:

- مبلغ الدفعة ثابت أو متساوي؛
- معدل الفائدة متساوي؛
- تحديد تاريخ أول دفعة وتاريخ أخر دفعة؛

- عدد الدفعات.

أولا: جملة دفعات نهاية المدة

لتكن لدينا الرموز التالية:

القيمة المكتسبة نرمز لها بالرمز v_n؛

قيمة الدفعة نرمز لها بالرمز a؛

معدل الفائدة نرمز لها بالرمز i (فائدة لكل دينار واحد)؛

عدد الدفعات نرمز لها بالرمز n.

1- حساب القيمة المكتسبة: يمكن حساب القيمة المكتسبة V_n ل n دفعة من خلال العلاقة التالية:

$$v_n = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

مثال: أحسب القيمة المكتسبة ل 12 دفعة قيمة الدفعة الواحدة 15000 بمعدل فائدة سنوي 10%

الحل:

$$v_n = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 15000 \times \frac{(1+0.1)^{12} - 1}{0.1} = 320764.25$$

2- تحديد قيمة الدفعة: من القانون الأساسي لجملة دفعات السداد يمكن إستخراج قانون حساب الدفعة كما يلي:

$$v_n = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad \rightarrow \quad a = \frac{v_n \times i}{(1+i)^n - 1}$$

مثال:

رأس مال قيمته 100000 يتكون من 4 دفعات ثابتة ومتساوية تدفع في نهاية كل سنة، بمعدل فائدة سنوي 10%. **المطلوب**: ما هو مبلغ الدفعة؟

الحل:

$$a = \frac{v_n \times i}{(1+i)^n - 1} = \frac{10000 \times 0.1}{(1+0.1)^4 - 1} = 21547$$

3- تحديد عدد الدفعات: من القانون الأساسي لجملة دفعات السداد يمكن حساب عدد الدفعات كما يلي:

لدينا

$$v_n = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

ومنه:

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{v_n}{a}$$

من الجدول المالي رقم 03 اعتمادا على المقدار $\frac{v_n}{a}$ والمعدل i نجد عدد الدفعات n، أو باستخدام اللوغاريتم كما يلي:

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{v_n}{a} \Rightarrow \quad (1+i)^n = \frac{v_n}{a} \times i + 1$$

بإدخال اللوغاريتم نجد:

$$n=\frac{ln\frac{v_n\times i+a}{a}}{ln(1+i)}$$

يمكن أيضا استعمال الجدول المالي رقم 01 لتحديد قيمة n اعتمادا على المعدل i والقيمة $(1+i)^n$ حيث:

$$(1+i)^n=\frac{v_n\times i+a}{a}$$

مثال:

ما هو عدد الدفعات الثابتة اللازمة لتسديد دين جملته 268331.52، بمعدل فائدة مركبة 7%، علما أن قيمة الدفعة 15000دج.

الحل:

لدينا

$$n=\frac{ln\frac{v_n\times i+a}{a}}{ln(1+i)}=\frac{ln\frac{268331.52\times 0.07+15000}{15000}}{ln(1+0.07)}=\frac{ln2.25221376}{ln1.07}=12$$

ومنه عدد الدفعات هي 12 دفعة.

ملاحظة: إن عدد الدفعات يكون دوما عددا طبيعيا، وإن وجد عكس ذلك هناك ثلاثة حلول مقترحة لحل هذه الإشكالية تذكر كما يلي[xxix]:

- تحديد الحد الأدنى للدفعات مع حساب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون أكبر من الدفعة النظرية؛
- تحديد الحد الأقصى للدفعات مع حساب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون أقل من الدفعة النظرية؛

– تحديد الحد الأدنى للدفعات مع الإبقاء على الدفعة النظرية ودفع مبلغ مكمل للحصول على نفس الجملة؛

4- حساب معدل الفائدة:

انطلاقا من العلاقة الخاصة بجملة الدفعات نحسب المقدار $\frac{(1+i)^n-1}{i}$ حيث:

$$\frac{(1+i)^n-1}{i}=\frac{v_n}{a}$$

بعد حساب القيمة $\frac{(1+i)^n-1}{i}$ نستخرج قيمة i المقابل لها بمعلومية n من الجدول المالي رقم 03.

مثال:

ما هو المعدل الذي يسمح بتكوين رأس مال قدره 326431.54 دج بواسطة 9 دفعات نهاية المدة قيمة كل منها 29000 دج.

الحل:

$$\frac{(1+i)^n-1}{i}=\frac{v_n}{a}$$

$$\frac{(1+i)^9-1}{i}=\frac{326431.54}{29000}=11.25626$$

بالاستعانة بالجدول رقم 03 نجد: $i=5.5\%$

ثانيا: القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة

القيمة الحالية هي قيمة الدفعات في تاريخ صفر ونرمز لها بالرمز V فإذا كانت جملة دفعات السداد تحسب قيمتها في تاريخ n فإن القيمة الحالية لدفعات السداد تحسب في تاريخ الصفر[xxx]

1- **حساب القيمة الحالية**: ويمكن حساب القيمة الحالية V_0 لـn دفعة من خلال العلاقة التالية:

$$v_0 = a \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

مثال: اشترت مؤسسة شاحنة على أن يسدد مبلغها بواسطة 8 دفعات سنوية ثابتة، تدفع الأولى بعد سنة من تاريخ الشراء، وقيمة كل دفعة 500000، وبمعدل فائدة 6%، **المطلوب**: فما هو ثمن الشاحنة؟

الحل:

$$v_0 = a \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = 500000 \times \frac{1-(1+0.06)^{-8}}{0.06}$$

$$v_0 = 3104896.9$$

2- **حساب عناصر القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة**: بإستخدام قانون القيمة الحالية يمكن حساب:

2-1 حساب مبلغ الدفعة: من قانون القيمة الحالية نحسب مبلغ الدفعة كما يلي:

$$v_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \qquad \Rightarrow a = v_0\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

2-2 **حساب المعدل**: من قانون القيمة الحالية نحسب المعدل كما يلي:

$$v_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \qquad \Rightarrow \frac{v_0}{a} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

حيث نستخرج قيمة i من الجدول المالي رقم 04 اعتمادا على المقدار $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ وعدد الدفعات n

2-3- حساب عدد الدفعات: يمكن استخراج طريقة حساب الدفعات من قانون القيمة الحالية لدفعات السداد على النحو التالي:

$$v_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{v_0}{a}$$

- باستخدام الجدول المالي 04 اعتمادا على القيمة $\frac{v_0}{a}$ والمعدل i يمكن استخراج قيمة n؛
- يمكن أيضا استخدام اللوغاريتم لحساب قيمة n كما يلي:

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{v_0}{a} \qquad \Rightarrow \quad (1+i)^{-n} = \frac{a - v_0 \times i}{a}$$

بإدخال اللوغاريتم على الطرفين نجد:

$$n = \frac{Lna - Ln(a - v_0 \times i)}{Ln(1+i)}$$

مثال:

اشترت مؤسسة آلة إنتاج بمبلغ 18000، دفعت الدفعة الأولى بعد سنة من تاريخ الشراء قيمتها 2500، بمعدل فائدة سنوي10%، **المطلوب**: ما هو عدد الدفعات؟

الحل:

$$n = \frac{\ln a - \ln(a - V_0 \times i)}{\ln(1+i)}$$

$$n = \frac{\ln(2500) - \ln(2500 - 18000 \times 0.1)}{\ln(1.1)} = \frac{7.824046 - 6.551080}{0.095310}$$
$$= 13.35$$

وبالتالي أمام المؤسسات 3 اختيارات:

- إما تدفع دفعة أكبر من 2500 ولمدة 13 سنة؛
- إما تدفع دفعة أصغر من 2500 ولمدة 14 سنة؛
- إما تدفع دفعة 2500 لمدة 13 سنة والبقية مع الدفعة الأخيرة.

$$a'_1 = v_0 \times \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} = 18000 \times \frac{0.1}{1-(1.1)^{-13}} = 2534$$

$$a'_2 = v_0 \times \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} = 18000 \times \frac{0.1}{1-(1.1)^{-14}} = 2443.43$$

1. لدينا القيم الحالية بالمعطيات الجديدة:

$$v'_0 = 2500 \times \frac{1-(1+0.1)^{-13}}{0.1} = 17758.39$$

ومنه:

$$v'_0 - V_0 = 18000 - 17758.39$$

أي:

$$a'_3 = a + 241.61 = 2741.61$$

الفصل الرابع: دفعات بداية المدة (دفعات الاستثمار)

دفعات بداية المدة هي التي تدفع في بداية كل فترة سداد أو تكوين رأس مال، أما جملتها فتحسب في نهاية مدة السداد للقرض أو تكوين رأس مال، أي تحسب الجملة بعد القسط الأخير بفترة زمنية واحدة [xxxi]

أولا: جملة الأقساط بداية المدة

1- القيمة المكتسبة لدفعات بداية المدة

نرمز للقيمة المكتسبة لدفعات بداية المدة بالرمز V_n'، ويتم حساب القيمة المكتسبة فترة بعد السنة n كما يلي:

$$\grave{v}_n = a(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i} = v_n(1+i)$$

نلاحظ أن جملة دفعات بداية المدة تساوي جملة دفعات نهاية المدة مضروبة في المقدار $(1+i)$

مثال:

ما هي القيمة المكتسبة لـ 5 دفعات ثابتة حيث الدفعة الأولى تدفع مباشرة، وقيمة الدفعة الواحدة 9000 دج، بمعدل فائدة مركبة 7 %.

الحل:

$$\grave{v}_n = a(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i} = 9000(1+0.07)\frac{(1+0.07)^5 - 1}{0.07}$$

$$\grave{v}_n = 55379.61$$

2- تحديد عناصر جملة دفعات بداية المدة:

بإستعمال العلاقة الخاصة بحساب جملة هذه الدفعات يمكن حساب مختلف عناصرها وفقا ما يلي:

2-1 تحديد قيمة الدفعة:

لدينا:

$$\grave{v}_n = a(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

ومنه:

$$a = \grave{v}_n(1+i)^{-1}\frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

2-2 تحديد معدل الفائدة:

$$\grave{v}_n = a(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i} = a\left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1\right] \Rightarrow \qquad \frac{\grave{v}_n}{a} + 1 = \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i}$$

من الجدول المالي رقم 03 واعتمادا على القيمة $\frac{\grave{v}_n}{a} + 1$ وعدد الدفعات n نجد قيمة المعدل i

مثال:

تم دفع 12 دفعة ثابتة ومتساوية للإستثمار، قيمة الدفعة الواحدة 35000 دج، لتكوين رأس مال 742382.72دج؛ **المطلوب**: فما هو معدل الفائدة؟

الحل:

$$\frac{\grave{v}_n}{a}+1=\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}\Rightarrow \qquad \frac{742382.72}{35000}+1=\frac{(1+i)^{13}-1}{i}$$
$$=22.210935$$

من الجدول المالي رقم 03 نجد: $i = 8.5$

3-2 تحديد عدد الدفعات

لدينا:

$$\grave{v}_n = a\left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}-1\right] \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\grave{v}_n}{a}+1=\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}$$

من الجدول المالي رقم 03 نجد قيمة $n+1$ اعتمادا على المقدار $\frac{\grave{v}_n}{a}+1$ وقيمة i ثم نطرح منها 1 للحصول على قيمة n

مثال:

نريد معرفة عدد الدفعات اللازمة لتكوين رأس مال قدره 30000دج، تدفع كل دفعة في بداية كل سنة، مبلغ كل دفعة 3000دج بمعدل فائدة سنوي 9% ، **المطلوب**: أحسب عدد الدفعات؟

الحل:

$$\frac{\grave{v}_n}{a}+1=\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} \Longrightarrow \frac{30000}{3000}+1=\frac{(1+0.09)^{n+1}-1}{0.09}=11$$

من الجدل المالي رقم (3) نجد(n+1) تقع بين 8 و9 سنوات أي n محصور بين 7 و8 دفعات

إذن مبلغ الدفعة يكون:

$n = 7$ دفعات لنحسب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون < 3000

$n = 8$ دفعات لنحسب مبلغ الدفعة الجديدة التي تكون > 3000

$n = 7$ دفعات مبلغ 3000 ويضاف مبلغ مكمل للحصول على نفس الجملة السابقة.

ثانيا: القيمة الحالية لدفعات بداية المدة

1- القيمة الحالية:

القيمة الحالية هي مجموع القيم الحالية للدفعات الثابتة المتساوية في الزمن صفر أي عند أول دفعة، ويتم حساب القيمة الحالية وفق القانون التالي:

$$\grave{v}_0 = a(1+i)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \quad \Rightarrow \quad \grave{v}_0 = a\frac{(1+i)-(1+i)^{-(n-1)}}{i}$$

$$\Rightarrow \grave{v}_0 = a\left[1+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right]$$

نلاحظ أن هناك علاقة بين القيمة الحالية لدفعات بداية المدة والقيمة الحالية لدفعات نهاية المدة حيث:

$$\grave{v}_0 = a(1+i)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Rightarrow \grave{v}_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i)$$

$$\Rightarrow \grave{v}_0 = v_0(1+i)$$

مثال: ما هي القيمة الحالية لـ 6 دفعات سنوية متساوية المبلغ قيمتها 5000، تدفع الأولى في الزمن صفر بمعدل8%

$$v_0' = a \times (1+i)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = 5000 \times (1.08)\frac{1-(1.08)^{-6}}{0.08}$$

$v_0' = 24963.55$

2- **تحديد عناصر القيمة الحالية**: بإستعمال قانون القيمة الحالية لدفعات الإستثمار يمكن حساب ما يلي:

2-1 **تحديد قيمة الدفعة**:

$$\grave{v}_0 = a(1+i)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \quad \Rightarrow \quad a = \grave{v}_0(1+i)^{-1}\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

2-2 **تحديد معدل الفائدة**:

$$\grave{v}_0 = a\left[1+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right] \quad \Rightarrow \quad \frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i} = \frac{\grave{v}_0}{a} - 1$$

باستعمال الجدول المالي رقم 04 نستخرج قيمة i

2-4 تحديد عدد الدفعات:

$$\grave{v}_0 = a(1+i)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Rightarrow \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{\grave{v}_0}{a(1+i)}$$

نستخرج قيمة n باستخدام الجدول المالي رقم 04 أو باستخدام اللوغاريتم

مثال:

كم دفعة متساوية القيمة كل واحدة 50000 يلزم دفعها في بداية كل سنة لتكوين رأس المال 288000دج سنة بعد الدفعة الأخيرة بمعدل فائدة مركبة10%

الحل:

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}=\frac{{v_0}'}{a(1+i)}$$

$$\frac{1-(1.1)^{-n}}{0.1}=\frac{288000}{50000(1.1)}$$

$$(1.1)^{-n}=0.4763636$$

$$\ln(1.1)^{-n}=\ln(0.4763636)$$

$$-n=\frac{\ln(0.4763636)}{\ln(1.1)}=\frac{-0.741631}{0.09}\Rightarrow \quad n=7.78$$

بما أن n هو عدد دفعات الإستثمار وهو عدد غير صحيح، فإن هناك 3 حلول بالنسبة لـn، وكل حالة نحسب لها قيمة الدفعة a

- الحل الأول: $a>50000$ و $n=7$

$$a={v_0}'\times(1+i)^{-1}\times\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}=288000\times(1.1)^{-1}\frac{0.1}{1-(1.1)^{-7}}$$

$$a=53778.89$$

- الحل الثاني: $a<50000$ و $n=8$

$$a={v_0}'\times(1+i)^{-1}\times\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}=288000\times(1.1)^{-1}\frac{0.1}{1-(1.1)^{-8}}$$

$$a=49076.25$$

- الحل الثالث: $a=50000$ و $n=7$

$${v_0}'=a\times(1+i)^{-1}\times\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}=50000\times(1.1)^{-1}\frac{1-(1.1)^{-7}}{0.1}$$

$$a = 267763.03$$

و بما أن المبلغ أقل من 288000دج فإنه يتم دفع باقي المبلغ المكمل مع الدفعة الأخيرة وهو:

$$288000 - 267763.03 = 20236.97$$

ثالثا: تمارين مقترحة

التمرين (1):

- يوظف أحد الأشخاص دفعات في نهاية كل سنة لمدة 12 سنة، فإذا كان المبلغ الأربع الدفعات الأولى 6000دج، ومبلغ أربع دفعات الموالية8000 دج، ومبلغ أربع الدفعات الأخيرة 10000دج، بمعدل فائدة سنوي 7%، أحسب الجملة؟
- إذا كان معدل الفائدة لأربع دفعات الأولى 7%، وأربع دفعات الموالية 8%، وأربع الدفعات الأخيرة 9%، أحسب الرصيد؟
- إذا كان معدل الفائدة السنوي7%، أحسب الرصيد في السنة 15؟

التمرين (2):

في نهاية كل سنة نوظف مبلغ 10000دج لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة سنوي 5%، و بعد آخر دفعة و في نهاية السنة الخامسة التي تليها نسحب دفعة مبلغها 10000دج لمدة 10 سنوات.

- ما هو المبلغ الذي نحصل عليه مباشرة بعد آخر السحبة؟
- ما هو مبلغ السحبة الثابت لكي تكون النتيجة عند آخر سحبة معدومة (الرصيد=0) ؟

التمرين (3):

وظف شخص مبلغين من المال، الأول في البنك (A) بمعدل فائدة سنوي 5%، أما الثاني وظف في البنك (B) بمعدل فائدة سنوي 6% علما أن هذا الشخص يسحب في نهاية كل سنة الفوائد المترتبة في البنك (A) ويوظفها في شكل دفعات في البنك(B) إبتداء من نهاية السنة الأولى وبعد 10 سنوات من تاريخ الإيداع الأول تجمع لهذا

الشخص رصيد قدره 510930دج في البنكين معا مع العلم أن المبلغ الموظف الأول هو ضعف الموظف الثاني،

أحسب:

- المبلغ الموظف الأول؟
- المبلغ الموظف الثاني؟
- قيمة الدفعة(a)؟

الفصل الخامس: القروض ذات المصدر الوحيد واستهلاكها

هذا النوع من القروض ما يطلق عليه أيضا **القروض العادية** نظرا لوجود مقرض واحد سواء كان البنك أو مؤسسات مالية، أة شخصا ما.

أولا: استهلاك القروض العادية

نحن نعلم أن المصرف هو عبارة مؤسسة مالية خدمية تقوم بتقديم الكثير من الخدمات كالودائع، الحسابات الجارية، وباقي الخدمات سواء للشخص الطبيعي أو شخص معنوي ويمكن أن يكون أحد الخدمات أو أهمها هي تقديم القروض، وما ينجر عنها كيفية تسديدها.

1. **تعريف استهلاك القرض العادي**: نعني به تسديده من طرف المقترض إلى المقرض، بحيث يسدد كل نهاية فترة ويتضمن المبلغ المدفوع جزء يمثل قسط استهلاك القرض وجزء يمثل الفائدة المحسوبة على المبلغ الباقي تسديده.

2. **تعريف القرض**: هو المبلغ الذي يستحق على شخص ما لشخص آخر سواء كان أي منهما شخصا طبيعيا أو اعتباريا(معنويا)، وقد يكون القرض في صورة مبالغ نقدية فيسمى قرضا عاديا، أو يأخذ القرض صورة سندات فيسمى قرضا سنديا.

3. **تعريف القسط(الدفعة)**: هو المبلغ المسدد من القرض حسب المواعيد المتفق عليها في العقد بين المقرض والمقترض، ويشمل القسط جزء من أصل القرض والفائدة المحسوبة على أصل القرض التي تتناقص من فترة إلى أخرى وبصفة مستمرة بتناقص رصيد القرض.[xxxii]

الدفعة = الاستهلاك + الفائدة على المبلغ المتبقي

ثانيا: طرق استهلاك القروض العادية

سنتناول بالدراسة ما يلي: [xxxiii]

- الاستهلاك للقروض بأقساط متساوية من الأصل فقط مع سداد الفوائد المستحقة على أرصدة المتناقصة بصفة دورية مع القسط المتساوي من الأصل.
- استهلاك القروض بأقساط دورية متساوية من الأصل والفوائد معا.

1. تسديد القرض والفوائد على أقساط متساوية من الأصل والفوائد معا

يتم في هذه الحالة سداد جملة القرض وفق أقساط متساوية تدفع بشكل دوري في نهاية كل فترة زمنية ويتكون القسط أو الدفعة على أصل القرض مضافا إليه الفوائد على الرصيد المتبقي من القرض، ومنه نحصل على:

جملة القرض في نهاية المدة = مجموع الدفعات

1.1.القانون العام للاستهلاكات بواسطة الدفعات الثابتة(المتساوية)

من أجل الحصول على القانون العام الاستهلاكات بواسطة الأقساط المتساوية نستعين بالرموز التالية:

V_0: أصل القرض.

a: قيمة القسط الثابت(الدفعات).

D: الاستهلاك.

n: مدة القرض او عدد الاستهلاكات أو الأقساط.

i: معدل فائدة القرض.

D_1، D_2، D_3،.....D_n : الاستهلاكات.

V_1، V_2، V_3،.....V_n : القيم المتبقية من أصل القرض في نهاية كل سنة.

I_1، I_2، I_3،.....I_n : الفوائد خلال مدة القرض حيث تتناقص تدريجيا خلال المدة.

بعد عملية الترميز فإنه يمكننا الحصول على جملة القرض بواسطة القانون التالي:

$A=V_0(1+i)^n$

أما جملة الدفعات تحسب بالقانون التالي:

$A=a[V_0(1+i)^n-1]/i$

وبما أن جملة القرض تساوي قيمة الدفعة تعطى بالعلاقة التالية:

$a = V_0[i/1-(1+i)^{-n}]$

$V_0 = a[1-(1+i)^{-n}/i]$

مثال:

اقترض "فاروق" مبلغ 50000 دج من أحد البنوك على أن يسدد القرض على خمسة أقساط متساوية من الأصل فقط، تسدد كل قسط مع فائدة الرصيد في آخر كل سنة، فإذا كان البنك يستخدم معدل فائدة مركبة 10% سنويا. احسب مقدار القسط الثابت؟

الحل:

لدينا

$a = V_0[i/1-(1+i)^{-n}] = 50000[0.10/1-(1.10)^{-5}]$

$a = 50000(0.2637974808) = \mathbf{13189.87}$

أي أن جملة المبالغ التي سيدفعها فاروق تساوي: 13189.87(5)= **65949.37 دج**

وأن الفوائد التي يتحصل عليها البنك هي: 65949.37-50000=**15949.37 دج**

2.1.جدول استهلاك القرض

لتسهيل عملية متابعة تطور القرض واستهلاكه بواسطة الدفعات المتساوية، يتم الاعتماد على جدول يسمى **بجدول استهلاك القرض**، والذي يسمح باستخراج عدة قيم كالفوائد والاهتلاكات لكل فترة، ورأسمال المتبقي من الأصل، كما هو مبين فيما يلي:

السنوات	أصل القرض في بداية السنة (1)	الفائدة (2)=(1)*I	الاستهلاك (3)	الدفعة (4)	أصل القرض في نهاية الفترة (5)=(1)-(3)
1	V_0	$I_1= V_0\ i$	$D_1= a- I_1$	a	$V_1= V_0- D_1$
2	V_1	$I_2= V_1\ i$	$D_2= a- I_2$	a	$V_2= V_1- D_2$
3	V_2	$I_3= V_2\ i$	$D_3= a- I_3$	a	$V_3= V_2- D_3$
. . .	. . .	. . .	. . .	. .	. . .
n-1	V_{n-2}	$I_{n-1}= V_{n-2}\ i$	$D_{n-1}= a- I_{n-1}$	a	$V_{n-1}= V_{n-2}- D_{n-1}$
n	V_{n-1}	$I_n= V_{n-1}\ i$	$D_n= a- I_n$	a	$V_n= V_{n-1}- D_n=0$
		$\sum I$	$\sum D = V_0$	$\sum a$	0

من خلال الجدول يمكن استخراج بعض العلاقات التي تربط بين مختلف عناصره:

$$\sum a = \sum D + \sum I$$

- **العلاقة بين الاستهلاك الأخير والدفعة الأخيرة**

لدينا:

$$V_n = 0 \Rightarrow V_{n-1} - D_n = 0 \Rightarrow V_{n-1} = D_n$$

ولدينا أيضا:

$$I_n = V_{n-1} i \Rightarrow I_n = D_n i$$

كذلك نعلم أن:

$$a_n = D_n + I_n = D_n + D_n i \Rightarrow a_n = D_n(1 + i)$$

- **العلاقة بين الاستهلاكات**

عند مساواة الدفعتين الأولى والثانية نحصل على:

$$a_1 = a_2 \Rightarrow D_1 + V_0 i = D_2 + V_1 i$$

$$D_1 + V_0 i = D_2 + (V_0 - D_1) i \Rightarrow D_1 + V_0 i = D_2 + V_0 i - D_1 i$$

$$D_1 + D_1 i = D_2 \Rightarrow D_2 = D_1(1 + i)$$

وبالمثل إذا ساوينا بين الدفعة الثالثة والثانية فنحصل على يلي:

$$D_3 = D_2(1 + i) \Rightarrow D_3 = D_1(1 + i)^2$$

وبالتالي يمكن استنتاج القانون لعلاقة الاستهلاكات فيما بينها كما يلي:

$$D_n = D_1(1 + i)^{n-1}$$

- **العلاقة بين الدفعة والاستهلاك**

لدينا:

$a= D+I$

$\Sigma a= \Sigma D+\Sigma I \Rightarrow na = \Sigma D+\Sigma I \Rightarrow a = (\Sigma D+\Sigma I)/n$

$a = (V_0+\Sigma I)/n$

- **العلاقة بين الاستهلاكات وأصل القرض**

حسب الجدول تبين لنا أن مجموع الاستهلاكات هو عبارة عن أصل القرض، ومنه:

$V_0 = D_1+D_2+\dots\dots\dots+ D_n$

$V_0 = D_1+D_1(1+i)+\dots\dots\dots+ D_1(1+i)^{n-1}$

(V_0) هي متتالية هندسية حدها الأول (D_1) وأساسها $(1+i)$ وعدد حدودها (n) وعليه:

$$V_0 = D_1[(1+i)^n - 1/(1+i) - 1]$$

$$V_0 = D_1[(1+i)^n - 1/i]$$

- **العلاقة بين الفوائد والاستهلاكات**

حسب جدول الاستهلاك القروض تبين لنا أن الدفعات تساوي:

$a_1= D_1+I_1$

$a_2= D_2+I_2$

.

.

.

$a_n= D_n+I_n$

بما أن الدفعات متساوية نحصل على ما يلي:

$D_1+I_1 = D_2+I_2$

ومنه يكون لدينا:

$I_1-I_2 = D_2-D_1$

$I_{n-1}-I_n = D_n-D_{n-1}$

- **قيمة القرض المدفوع**

يتم حساب قيمة القرض المدفوع (V_m) حتى اللحظة (m) باستخدام العلاقة التالية:

$$V_m = D_1 + D_2 + \cdots \ldots \ldots . + D_m$$

$$V_m = V_0[(1+i)^m - 1/i\ ]$$

واعتمادا على علاقة الأصل القرض تصبح العلاقة السابقة كما يلي:

$$V_m = D_1[(1+i)^m - 1/(1+i)^n - 1\ ]$$

- **المبلغ المتبقي بعد دفع دفعة ما**

المبلغ المتبقي (V_{nr})يساوي اصل القرض(V_0) مطروحا منه قيمة المبلغ المدفوع (V_m) وعليه:

$$V_{nr} = V_0 - V_m$$

وباستخدام العلاقة الخاصة بحساب يمكن حساب(V_m) يمكن تبسيط هذه العلاقة وصولا إلى ما يلي:

$$V_{nr} = V_0[(1+i)^n\ -(1+i)^m/(1+i)^n - 1\ ]$$

المبلغ المتبقي باستخدام الدفعات كما يلي:

$$V_{nr} = a[1-(1+i)^{m-r}/i\ ]$$

مثال

اشترت إحدى الشركات الخاصة سيارة لنقل موظفيها بمبلغ 4766.54 دج بواسطة احد البنوك واتفقت مع البنك على دفع الفوائد الدورية السنوية المتساوية من الأصل والفوائد وبفائدة معدلها السنوي 7%. ولمدة 6 سنوات المطلوب معرفة القسط الواحد وتصوير جدول الاستهلاك؟

الحل:

لدينا ما يلي:

$$a = V_0[i/1-(1+i)^{-n}] = 4766.54[0.07/1-(1.07)^{-6}]$$

$$a = 4766.54(0.2097957998) = \mathbf{1000}$$ دج

وعليه يمكن الاستعانة بجدول الاستهلاك لمعرفة

السنوات	أصل القرض في بداية السنة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	أصل القرض في نهاية الفترة
1	4766.54	333.66	666.34	1000	4100.2
2	4100.2	287.01	712.98	1000	3387.21
3	3387.21	237.1	762.9	1000	2624.31
4	2624.31	183.7	816.3	1000	1808.01
5	934.57	126.56	873.44	1000	934.57
6	934.57	65.42	934.58	1000	0
الإجمالي		**1233.46**	**4766.54**	**6000**	----

إذن الفائدة الإجمالية التي يحصل عليها البنك هي: 1233.46 دج

2.استهلاك القروض على دفعات متغيرة واستهلاكات متساوية

بموجب هذه الطريقة يتم سداد القرض بدفعات دورية وكل دفعة تتكون من جزئين، الأول قسط استهلاك متساوي من أصل القرض والآخر هو عبارة عن فائدة على القرض المتبقي. حيث أن قسط الاستهلاك يحسب مباشرة بقسمة أصل القرض على عدد الدفعات، وعليه يكون لدينا ما يلي:

$$D = V_0 / n$$

وعليه فالرصيد المتبقي من القرض هو عبارة عن **القرض مطروحا منه مجموع الأقساط المتساوية المسددة**.

1.2.جدول استهلاك القرض

يتم إنشاء جدول بنفس الطريقة السابقة، لكن في هذه الحالة يكون سداد القرض على استهلاكات متساوية مع فوائد دورية على المبلغ المتبقي من الأصل، كما هو مبين في الجدول الموالي:

السنوات	أصل القرض في بداية السنة (1)	الفائدة (2)=(1)*I	الاستهلاك (3)	الدفعة (4)=(3)+(2)	أصل القرض في نهاية الفترة (5)=(1)-(3)
1	V_0	$I_1 = V_0\ i$	D	$a_1 = D + I_1$	$V_1 = V_0 - D$
2	V_1	$I_2 = V_1\ i$	D	$a_2 = D + I_2$	$V_2 = V_1 - D$
3	V_2	$I_3 = V_2\ i$	D	$a_3 = D + I_3$	$V_3 = V_2 - D$
. . .	. . .	. . .	. . .	. .	. . .
n-1	V_{n-2}	$I_{n-1} = V_{n-2}\ i$	D	$a_{n-1} = D + I_{n-1}$	$V_{n-1} = V_{n-2} - D$
n	V_{n-1}	$I_n = V_{n-1}\ i$	D	$a_n = D + I_n$	$V_n = V_{n-1} - D = 0$
		$\sum I$	$D\ n = V_0$	$\sum a$	0

من خلال الجدول يمكن استخراج مختلف العلاقات بين عناصره منها:

يمكن استخراج بعض العلاقات التي تربط أعمدة جدول استهلاك القروض، وهي:

- **العلاقة بين الدفعات**

من خلال الجدول لدينا:

$$a_1 = D + V_0 i$$
$$a_2 = D + V_1 i = D + (V_0 - D)i$$
$$a_3 = D + V_2 i = D + (V_0 - 2D)i$$
.
.
.
$$a_n = D + (V_0 - (n-1)D)i = D + (V_0 - nD + D)i$$
$$a_n = D + Di = D(1 + i)$$

ومنه فإن الفرق بين دفعتين متتالتين تكون وفق الصيغة التالية:

$$a_1 - a_2 = V_0 i + V_1 i = i(V_0 - V_1)$$
$$V_1 = V_0 - D \Rightarrow D = (V_0 - V_1)$$
$$a_1 - a_2 = Di \Rightarrow a_2 = a_1 - V_0 i/n$$

وعليه تكون الصيغة العامة كما يلي:

$$a_{n-1} - a_n = Di \Rightarrow a_n = a_{n-1} - V_0 i/n$$

- **مجموع الدفعات**

يحسب كما يلي:

$$\sum_{i=1}^{n} a_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_n = \frac{n}{2}\ (a_1 + a_1 + (n-1)(-Di)$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_n = \frac{n}{2}\ (2a_1 + (n-1)(-Di)$$

- **العلاقة بين الدفعات والفوائد**

تعطى بالعلاقة التالية:

$a_{n-1} - a_n = I_{n-1} - I_n$

- **مجموع الفوائد المدفوعة**

يحسب انطلاقا من العلاقة التالية:

$$\sum_{i=1}^{n} I_n = \frac{n}{2}\ (I_1 + I_n)$$

$$\sum_{i=1}^{n} I_n = \frac{n}{2}\ (V_0 i + \frac{V_0 i}{n})$$

$$\sum_{i=1}^{n} I_n = \frac{V_0 i(n+1)}{2}$$

- **فائدة الفترة (k) في أي تاريخ**

تحسب انطلاقا من العلاقة التالية:

$$I_k = V_0 i - [(k-1)V_0 i/n\,]$$

$$I_k = \frac{V_0 i}{n}[n-(k-1)\,]$$

مثال:

اقترض "حسام" مبلغ 5000 دج من أحد البنوك على أن يسدد القرض على خمسة أقساط متساوية من الأصل فقط، تسدد كل قسط مع فائدة الرصيد في آخر كل سنة، فإذا كان البنك يستخدم معدل فائدة مركبة 10% سنويا.

المطلوب:

- إيجاد المبلغ الواجب سداده في نهاية كل سنة؟
- جدول استهلاك القرض؟

الحل:

القسط المتساوي من الأصل= مبلغ القرض / عدد الأقساط

$$a=5000/5=1000$$

المبلغ الواجب سداده في نهاية كل سنة = القسط المتساوي من الأصل + الفائدة المستحقة على الرصيد

فائدة السنة الأولى:

$$I_1=5000(0.10)=500$$

إذن القسط الأول = القسط المتساوي من الأصل + فائدة السنة الأولى.

$$=1000+500=1500$$

بقية الأقساط مبينة في جدول الاهتلاكات.

السنوات	أصل القرض في بداية السنة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعات	أصل القرض في نهاية الفترة
1	5000	500	1000	1500	4000
2	4000	400	1000	1400	3000
3	3000	300	1000	1300	2000
4	2000	200	1000	1200	1000
5	1000	100	1000	1100	0
الإجمالي		**1500**	**5000**	**6500**	----

ثالثا: تمارين مقترحة

التمرين(1):

أشترت شركة "عثمان" آلة ثمنها 15000 دج، واتفقت مع أحد البنوك على تسديد ثمنها على أقساط متساوية من الأصل والفوائد بحيث يدفع القسط في نهاية كل عام ولمدة 4 أعوام، فإذا علمت معدل الفائدة السنوي 8%، احسب مقدار القسط المتساوي؟

التمرين (2):

تحصل "باديس" على قرض يسدد 8 دفعات سنوية ثابتة تدفع نهاية المدة مع العلم أن:

$$D_6 + D_4 = 19350.68$$

$$D_6 - D_4 = 943.38$$

احسب ما يلي:

- معدل الفائدة.وقيمة الاستهلاك الأخير.
- مبلغ القرض، والمبلغ المتبقي بعد الدفعة الخامسة.

تمرين (3):

اقترض "سليم" من احد البنوك مبلغ 80000 دج وتعهد بسداده على عشرة أقساط سنوية بمعدل 10% سنويا.

والمطلوب: مقارنة الفوائد التي يسددها سليم في نهاية القرض إذا ما تم استهلاك القرض:

- بطريقة القسط المتساوي من الأصل والفائدة.
- بطريقة القسط المتساوي من الأصل فقط.

التمرين (4):

اقترض "منصف" من أحد البنوك قرضا على أن يسدده على أربعة أقساط سنوية متساوية الأصل والفوائد معا بفائدة مركبة بمعدل 9% سنويا فإذا تبين من جدول استهلاك القروض أن الفرق بين الاستهلاكين الأول والثاني بلغ 118.08 دج.

المطلوب:

- إيجاد القرض والقسط المتساوي.
- تصوير جدول استهلاك القرض.

قائمة المراجع:

1) شقيري نوري موسى، وليد أحمد صافي، محمود إبراهيم،" الرياضيات المالية"، دار المسير، عمان، 2009.

2) بودرامة مصطفى، "الرياضيات المالية"، البدر للنشر والتوزيع، الجزائر، 2005.

3) أحمد بركات، "الرياضيات المالية"، دار بلقيس، الجزائر، 2014.

4) صليحة بن طلحة، "الرياضيات المالية"، منشورات الدار الجزائرية، الطبعة1، الجزائر،2015.

5) منصور بن عوف عبد الكريم، "مدخل إلى الرياضيات المالية"، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2009.

6) مرزوقي رفيق،"محاضرات في الرياضيات المالية"، مطبوعة غير منشورة، جامعة فرحات عباس سطيف1، الجزائر، 2019.

7) لقليطي الأخضر، "محاضرات في الرياضيات المالية"، مطبوعة غير منشورة، جامعة محمد بوضياف، المسيلة، الجزائر، 2015.

8) عدنان كريم نجم الدين،"الرياضيات المالية"، الأكاديمون للنشر والتوزيع، الأردن، 2013.

9) عمر عبد الجواد عبد العزيز، "الرياضيات المالية"،دار صفاء للنشر والتوزيع، 1999.

10) -Pierre Devolder, Mathilde Fox, Francis Vaguener, « Mathématiques Financières », Pearson, France, 2012, P5.

فهرس المحتويات