الجمهوريّة الجزائريّة الدّيمقراطيّة الشّعبيّة

وزارة التّعليم العالي والبحث العلميّ

Université Ferhat Abbas - Setif

جامعة فرحات عبّاس سطيف-1-

كلّيّة العلوم الاقتصاديّة والتّجاريّة وعلوم التّسيير

قسم التعليم الأساسي

مطبوعة بعنوان:

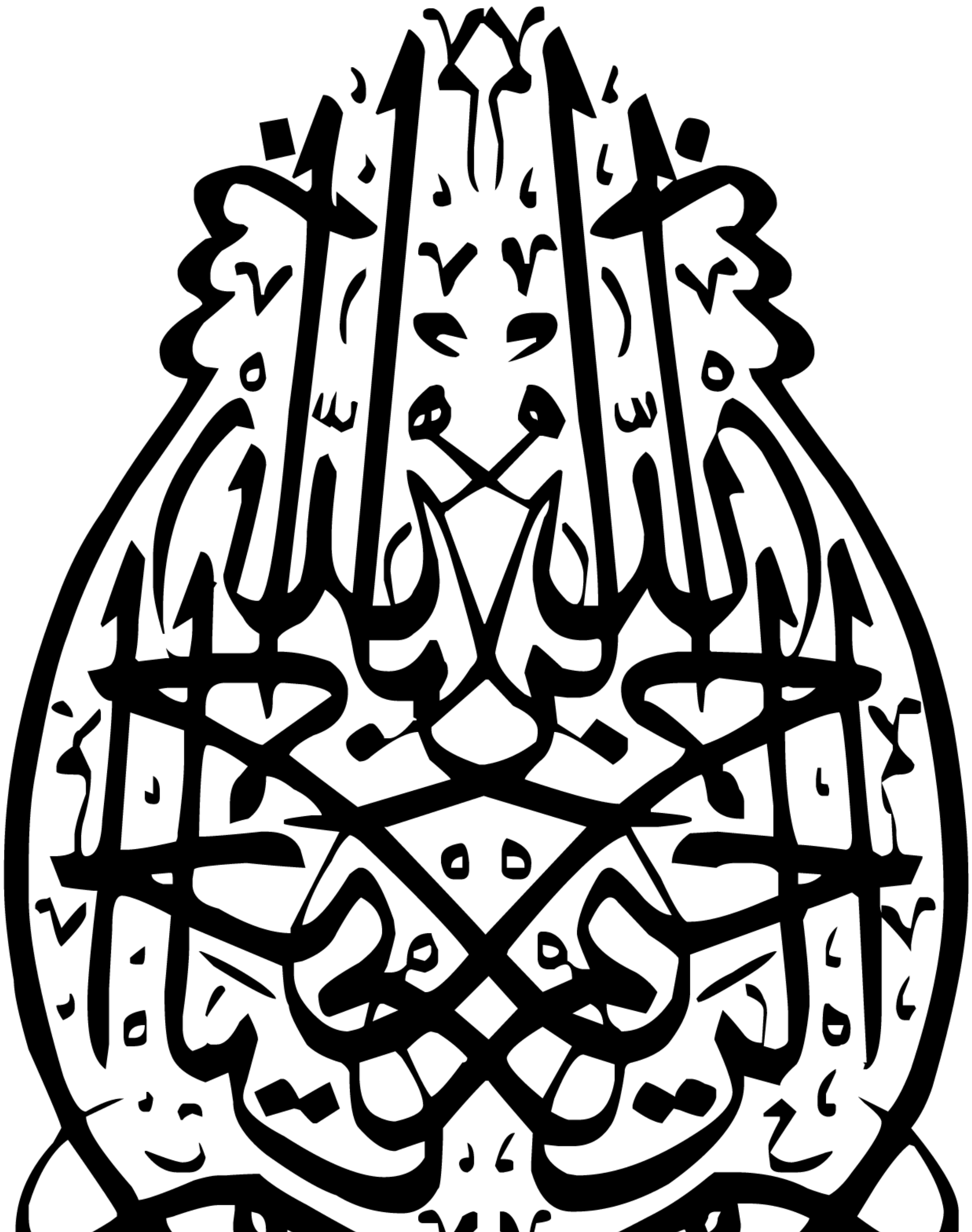
محاضرات في مقياس الإحصاء1

مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى LMD "الجذع المشترك"

من إعداد:

د. شراد ياسين

السنة الجامعية: 2021- 2022



مقدمة

الحمد لله رب العالمين ، والصلاة والسلام على خاتم وسيد المرسلين، نبينا محمد الهادي الأمين الذي بعثه الله رحمة للعالمين، وعلى آله وأصحابه وأنصاره وأتباعه ومن أهتدى بهديه وعمل بسنته إلى يوم الدين.

وبعد:

تندرج هذه المطبوعة ضمن مقياس الإحصاء 1، وهي موجهة بالأساس إلى طلبة السنة أولى جذع مشترك لكلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، كما يمكن أن يستفيد منها طلبة مختلف الكليات الأخرى الذين يدرسون هذا المقياس.

فالهدف من هذه المطبوعة هو تقديم المبادئ الأولية المتعلقة بالاحصاء1،حيث تغطي هذه المطبوعة جميع فصول مقياس الإحصاء 1 حسب ما هو مقرر من طرف وزارة التعليم العالي والبحث العلمي، وكل فصل يتضمن دروس ملخصة ومدعمة بأمثلة محلولة عن كل المفاهيم المدرجة في مقياس الإحصاء 1، ثم أرفقت بحلول امتحانات سابقة ، حيث تم الحرص قدر المستطاع أن تكون هذه الأمثلة والامتحانات متدرجة من الأسهل إلى الأصعب، وأن تكون في مستوى الطلبة نوعا ما.

كما صممت هذه المطبوعة بشكل منهجي وفقا لأي مرجع في الإحصاء 1، وذلك بهدف تطوير قدرات طلبة السنة الأولى في اكتساب المهارة والخبرة اللازمين ، ويحتوي مقياس الإحصاء 1 على خمسة فصول مرتبة كالآتي:

- مفاهيم عامة حول الإحصاء.
- التوزيعات التكرارية.
- مقاييس النزعة المركزية.
- مقاييس التشتت.
- مقاييس الشكل.

الفصل الأول:

مفاهيم عامة حول الإحصاء

تمهيد:

ارتبطت كلمة الاحصاء في استخداماتنا اليومية بالبيانات الرقمية والكمية وتستخدم ضمن نطاق واسع في الحياة اليومية حيث يستخدمها معظم الناس في حديثهم العادي ، ويستعينون بها في توضيح مثلا ما يعرضون ويكتبون.

والإحصاء بهذا المعنى فكرة قديمة في تاريخ الحضارة الإنسانية، فمعنى كلمة الإحصاء بالإنجليزية "statistics" مشتقة من الكلمة اللاتينية "status" التي تعني الدولة أو من الكلمة الإيطالية "statista" أو قد يكون من الكلمة الألمانية "Statistik" وتعني الدولة أيضا ، وقد دخلت قاموس المفردات الإنجليزية في القرن الثامن عشر.

أولا:ماهية علم الإحصاء

1- تعريف علم الإحصاء (Definition of Statistics Science):

هناك تعاريف كثيرة لعلم الإحصاء وذلك لسعة إستخدامه في العلوم الأخرى حيث تطبق النظريات والأساليب الإحصائية في الكثير من العلوم الأخرى بإعتباره الطريقة الصحيحة والأسلوب الأمثل لإتباعه في البحوث العلمية، حيث من التعريفات الشائعة والمألوفة في الماضي والممتدة إلى ما هو حديث وحاضر وجامع وأقرب إلى البحث العلمي:

فقديما كان يعرف علم الإحصاء بأنه:" هو العلم الذي يهتم بأساليب جمع البيانات وتنظيمها في جداول إحصائية ثم عرضها بيانيا".

من خلال هذا التعريف يتضح لنا أن علم الإحصاء قديما كان يهتم بجمع البيانات وترتيبها في جداول وإبرازها في رسوم بيانية أو أشكال تصويرية.

فقد تطور مفهوم علم الإحصاء بتطور الأساليب العلمية والطرق الإحصائية المستخدمة فى كل من البحث العلمي والتطبيقات العلمية والعملية على حد سواء، فلم يعد الإحصاء مقصورا على عدد من الأشياء، وأيضا لم يعد كما يعتقد البعض أن علم الإحصاء ما هو إلا عملية العرض أو الوصف الرقمي لمجموعة معينة من البيانات.

أي حديثا عرف علم الإحصاء بأنه:" العلم الذي يهتم أو يبحث في جمع البيانات وتنظيمها وعرضها وتحليلها واستقراء النتائج وإتخاذ القرارات بناء عليها في ظل ظروف عدم التأكد".

من خلال هذا التعريف يتضح لنا أن علم الإحصاء حديثا أصبح يهتم بطرق جمع البيانات وتبويبها وتلخيصها بشكل يمكن الاستفادة منها في وصف البيانات وتحليلها للوصول إلى قرارات سليمة في ظل ظروف عدم التأكد من خلال تفسير الظاهرة التي هي محل البحث والوقوف على سلوك تطورها وإمكانية التنبؤ الدقيق بما ستكون عليه فى المستقبل.

2- أهمية علم الإحصاء:

يمكن إيجاز أهمية علم الإحصاء فى النقاط التالية:

- يساعد على وصف الظواهر وصفا دقيقا.

- يقدم طريقة منظمة في تلخيص البيانات وعرضها بطرق محددة مما يسهل المقارنات فيما بينها واستخلاص الاستنتاجات منها.

- يساعد على التنبؤ بالظواهر المختلفة وعلى معرفة إمكانية حدوث مثل هذه الظواهر ومقدار وشروط حدوثها.

3- إستخدامات علم الإحصاء:

يستخدم علم الإحصاء في جميع المجالات والعلوم (الاقتصادية، الاجتماعية، الفيزيائية، الطبيعية، الطبية...الخ) فمثلا في الاقتصاد يستخدم الإحصاء في حساب معدلات النمو، دراسة السوق، كمية الإنتاج في القطاعات المختلفة، أما في الطب فيستخدم الإحصاء في جمع تحليل المشاهدات الإكلينيكية، أما في علوم الاجتماع يستخدم الإحصاء في معرفة عدد السكان لتحديد الاحتياجات.

ثانيا: أقسام علم الإحصاء

ينقسم علم الإحصاء إلى قسمين أساسيين هما:

1- الإحصاء الوصفي (Descriptive Statistics):

عبارة من مجموعة الأساليب الإحصائية التي تعنى بجمع البيانات وتنظيمها وتصنيفها وتلخيصها وعرضها بطريقة واضحة في صورة جداول أو أشكال بيانية وحساب المقاييس الإحصائية المختلفة لوصف متغير ما (أو أكثر من متغير) في مجتمع ما أو عينه منه.

2- الإحصاء الاستدلالي (Inferential Statistics):

عبارة عن مجموعة من الأساليب الإحصائية التي تستخدم بغرض تحليل بيانات ظاهرة (أو أكثر) في مجتمع ما على أساس بيانات عينة احتمالية تسحب منه وتفسيرها للتوصل إلى التنبؤ واتخاذ القرارات المناسبة.

ثالثا: التعريف بالمصطلحات الإحصائية التالية:

1- **المجتمع الإحصائي:** هو مجموع الوحدات الإحصائية المراد دراستها والمعرفة بشكل دقيق والتي تشترك فيما بينها في الصفة الأساسية محل اهتمام الباحث، مثل: مجتمع من الطلبة، مجتمع من الأسر، مجتمع من المؤسسات.

2- **الوحدة الإحصائية:** هي الكائن الواحد أو الخلية الأساسية التي تجرى عليه الدراسة الإحصائية، أي أن أسئلة الاستمارة تدور حوله، سواء أكان هذا الكائن إنسانا أو حيوانا أو شيئا، مثل: إنسان، بقرة، سيارة،.....إلخ.

3- **المتغير الإحصائي:** هو العنصر المشترك لكل الوحدات الإحصائية التي تشكل المجتمع الإحصائي، مثل: الطول، السن، مستوى التأهيل العلمي، الإنتاج، ....إلخ.

4- **العينة:** هي جزء من المجتمع الإحصائي يتم استخراجها بطرق إحصائية معينة حتى تكون ممثلة للمجتمع الإحصائي أحسن تمثيل، ويتم الاعتماد عليها في الدراسة بدل المجتمع نظرا لكبر حجم المجتمع، ربحا للوقت والجهد والمال، الفحص قد يكون مؤذيا أو متلفا للوحدات.

رابعا: الخطوات العريضة لمنهج البحث الإحصائي:

1- التحديد الدقيق للهدف الإحصائي: ونعني بذلك تحديد نوع المعلومات المراد جمعها، والتي تترجم إلى أسئلة تدرج في وثيقة خاصة تسمى استمارة، ويشترط في ذلك التنظيم الجيد والوضوح الكامل للأسئلة، ويستنبط الهدف الإحصائي من الهدف العام من الدراسة الإحصائية.

مثال: نريد إجراء دراسة إحصائية حول مستوى المعيشة للأسرة في الجزائر (الهدف العام).

تحديد الهدف الإحصائي: دخل الأسرة – عدد الأفراد في الأسرة – نوع السكن– حجم السكن (عدد الغرف).

2- جمع البيانات الإحصائية: يتم جمع البيانات الإحصائية بطرق مختلفة، وذلك حسب الهدف من الدراسة وأسلوب التحليل المتبع، ومن بين الطرق المتبعة في جمع البيانات نذكر ما يلي:

أ- الطريقة المباشرة والطريقة غير المباشرة:

- **الطريقة المباشرة:** يقصد بهذه الطريقة قيام الباحث بجمع المعلومات الإحصائية بنفسه، من مصادرها الأولية، كأن يقوم بطرح الأسئلة مباشرة على الأسر.

- **الطريقة غير المباشرة:** وتسمى أيضا طريقة البيانات الثانوية، وهي تشمل جميع البيانات والمعلومات الإحصائية المتوفرة من وثائق ومطبوعات ونشرات إحصائية التي تصدرها الهيئات والدواوين المختلفة، وكذلك الهيئات الدولية ومنظماتها المختلفة.

ب- طريقة الحصر الشامل وطريقة العينة:

- **طريقة الحصر الشامل:** حيث يتم حصر جميع الوحدات الإحصائية المكونة للمجتمع الإحصائي الخاضع للدراسة، ومن مزايا هذا الأسلوب أنه يعطينا صورة كاملة عن المجتمع الإحصائي، يتميز بالدقة المطلوبة، غير أن هذه الطريقة صعبة التنفيذ وتحتاج إلى تكاليف باهظة وجهاز إحصائي كبير ومتخصص.

- **طريقة العينة الإحصائية:** حيث يتم دراسة جزء من المجتمع الإحصائي فقط، وذلك بأخذ عينة عشوائية من المجتمع ودراسة خواصها واستخلاص المعلومات اللازمة منها، ثم تعميم نتائجها على المجتمع الذي سحبت منه.

3- عرض البيانات الإحصائية: بعد جمع البيانات الإحصائية لا بد من عرضها وتصنيفها بشكل يظهر العلاقة بينها، ويتم عرض البيانات بعدة طرق أهمها: العرض الكتابي، العرض الجدولي والعرض البياني.

4– تحليل البيانات الإحصائية: وتتضمن هذه المرحلة دراسة المعلومات الإحصائية وترتيبها وتحليلها إلى عناصرها الأولية وإظهار العلاقة بينها، ويتم تحليل المعلومات بإجراء الخطوات التالية:

– ترتيب الإحصاءات وتصنيفها، ويمكن أن يكون الترتيب حسب النوع أو الكمية، كتصنيف السكان ما بين أعزب ومتزوج ومطلق وأرمل، كما يمكن أن يكون الترتيب جغرافيا، كأن نوزع السكان في الجزائر حسب الولايات والدوائر والبلديات.

– حساب القيم المركزية لمجموعة البيانات ودراسة التشتت والالتواء فيها.

– دراسة علاقات الارتباط بين عوامل المجتمع الإحصائي.

– استنباط التقديرات أو التنبؤات التي تدل عليها الدراسة.

5– تفسير البيانات الإحصائية: من المعروف أن الدراسات الإحصائية تتخذ أساسا في إعداد السياسات واتخاذ القرارات المتعلقة بالمواضيع الاقتصادية والاجتماعية وغير ذلك، وعليها تبنى اتجاهات الدولة أو الشركات أو المؤسسات العامة والخاصة، من هنا كان لزاما على الإحصائي باعتباره أكثر الناس دراية وخبرة في فهم مضمون الأعداد أن يفسر النتائج المتوصل إليها وأن يوضح بصراحة ما تعنيه.

خامسا: أنواع المتغيرات الإحصائية:

تنقسم المتغيرات الإحصائية إلى قسمين:

1– متغيرات كيفية: هي تلك المتغيرات التي لا يمكن قياسها، والتي تنقسم بدورها إلى قسمين:

أ– متغيرات كيفية قابلة للترتيب: مثل مستوى التأهيل العلمي، ...إلخ.

ب– متغيرات كيفية غير قابلة للترتيب: مثل الجنسية، الجنس، الحالة العائلية، اللون،.....إلخ.

2– متغيرات كمية: هي تلك المتغيرات التي يمكن قياسها، وهي أكثر المتغيرات انتشارا واستعمالا لأن لغة الإحصاء هي لغة الأرقام، والمتغيرات الكمية تنقسم بدورها إلى قسمين:

أ– متغيرات كمية منقطعة: هي تلك المتغيرات التي تأخذ قيما صحيحة لا يمكن تجزئتها، مثل عدد الأطفال في الأسرة الواحدة، عدد قطع الغيار المنتجة....إلخ.

ب– متغيرات كمية مستمرة: هي تلك المتغيرات التي تأخذ كل القيم الممكنة لمجال الدراسة، ونظرا للعدد غير المتناهي لهذه القيم نقسم مجال الدراسة إلى مجالات جزئية تسمى الفئات، مثال الطول، السن، الوزن،....إلخ.

سادسا: أنواع العينات

تنقسم العينات عادة إلى قسمين رئيسين وهما عينات عشوائية وعينات غير عشوائية، وفيما يلي تفصيل لكل قسم منها.

1- العينات العشوائية

هي تلك العينات التي يتم اختيار مفرداتها حسب خطه إحصائية لا يكون فيها للباحث أو لمفردات العينة دخل في اختيار أي مفرده فيها ، حيث يتم الاختيار باستخدام أساليب معينة تلعب الصدفة خلالها الدور الأول في اختيار المفردة ولكن بشرط أن يتحقق لجميع المفردات احتمال ثابت ومحدد للاختيار. والعينات العشوائية إذا ما تم اختيارها بالطريقة العلمية السليمة والمناسبة يمكن أن تكفل درجه عالية من دقة التمثيل للمجتمعات المسحوبة منها لذلك فهي الوسيلة الأساسية في حالة البحوث العلمية الدقيقة .. من أهم أنواع العينات العشوائية مايلي.

أ- العينة العشوائية البسيطة:

ويلجأ إليها الباحث في حالة ما إذا كان مجتمع الدراسة ليس كبيرا ويحمل قدرا من التجانس بين المفردات للصفة أو الصفات موضع الدراسة، والعينة العشوائية البسيطة تستغل فرص متكافئة لمفردات المجتمع للدخول في العينة ولكن المفردات التي تدخل في العينة تكون عن طريق الصدفة البحتة، والاختيار العشوائي يتم يدويا عن طريق بطاقات متماثلة في الحجم واللون أو عن طريق جداول الأعداد العشوائية أو عن طريق الحاسب الآلي، ولكي يتحقق ذلك فإن الأمر يتطلب تحديد مفردات المجتمع تحديدا كاملا ويكون هذا التحديد على شكل قائمة (أو خريطة) تضم كل مفردات المجتمع وهذه القائمة تسمى الإطار ولا يجوز الاختيار العشوائي إلا من المفردات التي يضمها الإطار.

ب- العينة المنتظمة:

إن اختيار هذه العينة يتطلب وجود إطار للمجتمع كما في حالة العينة العشوائية البسيطة بحيث يعطى لكل مفرده من مفردات المجتمع رقماً متسلسلا داخل الإطار ، ثم نختار مفردات العينة من الإطار بحيث يكون الرقم المتسلسل لكل مفردة يبعد بعدا ثابتا منتظما عن رقم المفردة السابقة لها وكذلك رقم المفردة اللاحقة لها. فمثلاً إذا كان لدينا مجتمعاً حجمه **2000** مفرده ونريد اختيار عينه منتظمة حجمها **100** مفرده فإننا نقسم الإطار إلى فترات منتظمة طول كل فترة = $\frac{2000}{100}=20$ مفردة ومن داخل مفردات الفترة الأولى (**1 – 20**) يختار مفرده واحدة عشوائيا ولتكن رقم **14** مثلا وبناء على رقم تلك المفردة يتحدد باقي مفردات العينة المنتظمة فتكون هي المفردات ذات الأرقام **34**، **54**، ....، **1974**،**1994**.

والعينة المنتظمة كثيرة الاستعمال في التطبيقات العملية لقلة تكاليفها وقلة الأخطاء التي ترتكب في اختيار مفردات العينة فضلاً عن سهولة إجرائها. ولكن أهم عيوب المعاينة المنتظمة هو عدم صلاحيتها إذا ما وجدت علاقة دورية مع ترتيب العناصر في القائمة وكان طول الفترة بين عناصر العينة مساوياً لطول الدورة أو إحدى مضاعفاتها.

ج- العينة العشوائية الطبقية:

ويلجأ إليها الباحث في حالة ما إذا كان مجتمع الدراسة واضحاً به فئات (طبقات) بحيث أن التجانس أو التقارب داخل كل طبقة من طبقات مجتمع الدراسة أكبر من التجانس داخل المجتمع ككل (أي أن التشتت داخل المجتمع ككل أكبر من

التشتت داخل كل فئة من فئاته على حده)، في هذه الحالة يجب على الباحث مراعاة أن الطبقة داخل العينة بنفس نسبة وجودها داخل المجتمع (وأحيانا يوضع في الاعتبار عناصر أخرى مثل التشتت داخل الطبقة أو عنصر التكلفة لجمع البيانات عن الطبقة)، بعد أن يتم تحديد عدد المفردات التي يجب سحبها من كل طبقة للدخول في العينة فإن هذه المفردات يتم سحبها عشوائيا من داخل الطبقة ومجموع هذه المفردات تكون العينة الطبقية العشوائية.

د- العينة متعددة المراحل أو العنقودية:

يلجأ إليها الباحث عندما يكون مجتمع الدراسة كبير جداً ومتناثرا على مساحات شاسعة تكلف الكثير من الوقت والجهد في التنقل بينها عند جمع البيانات، أيضا في حالة عدم وجود إطار يضم جميع مفردات المجتمع فيستحيل الاختيار العشوائي مباشر من المجتمع. لهذا يلجأ الباحث إلى أخذ العينة على مراحل متعددة متتالية. في المرحلة الأولى يتم تقسيم المجتمع إلى عدد محدد من وحدات المعاينة الكبيرة الحجم ومنها يختار بعضها عشوائياً ثم يتلو ذلك كمرحلة ثانية تقسيم الوحدات المختارة عشوائياً من المرحلة الأولى إلى وحدات أقل منها في الحجم ثم يختار بعضها عشوائياً.. وهكذا تتابع مراحل التقسيم والاختيار العشوائي ، وعدد هذه المراحل ليس ثابت بل يتوقف على طبيعة مجتمع الدراسة وإمكانيات الباحث،و في المرحلة الأخيرة يصل الباحث إلى وحدات المعاينة التي سيجمع عنها بيانات البحث ويطلق عليها وحدات المعاينة الأولية.

2- العينات غير العشوائية:

هي تلك العينات التي لا تكفل لجميع مفردات المجتمع احتمال ثابت ومحدد للاختيار، وغالبا يتدخل الباحث في عملية الاختيار بصورة أو بأخرى ، ومن أهم أنواع العينات غير العشوائية:

أ- العينة العمدية أو المقصودة:

يلجأ الباحث إلى هذه الطريقة فيما إذا كان مجتمع الدراسة كبير جداً وكانت إمكانياته لا تسمح له إلا بدراسة عينة حجمها صغير جدا بالنسبة لمجتمع الدراسة، في هذه الحالة يتعمد الباحث اختيار مفردات معينة كعينة لمجتمع الدراسة يرى بخبرته السابقة أن هذه العينة يمكن أن تعطي تمثيلاً مقبولاً لمجتمع الدراسة.

مثلا إذا أراد باحث دراسة خصائص اقتصادية أو اجتماعية معينه عن ريف دولة ما ، وكانت إمكانياته المالية والإدارية لا تسمح له بعينة سوى سكان قرية واحدة ، فإنه في هذه الحالة إذا ما تم اختيار القرية عشوائياً من بين آلاف القرى بتلك الدولة فإن الصدفة قد تأتي بقرية بعيدة في خصائصها (من حيث الظاهرة موضوع الدراسة) عن خصائص معظم قرى تلك الدولة ،كأن تأتي بالصدفة قرية ساحلية معظم سكانها من الصيادين أو قرية قريبة من مشروع صناعي ضخم يستوعب في قواه العاملة معظم سكانها، هذه القرية أو تلك قد يأخذ النمط المعيشي لسكناها طابعاً خاصاً – نابعا عن ظروفها الخاصة – بعيداً عن النمط المعيشي المعتاد لبقية القرى، لذلك فأي منها لا يمكن أن يعطي تمثيلاً مقبولا لريف تلك الدولة. لهذا فإن الباحث وعلى ضوء خبراته السابقة يتعمد اختيار قرية معينة يرى أنها – من وجهة نظره الشخصية- يمكن أن تمثل الريف. وهذه الطريقة غير علميه وغالبا يتم اللجوء إليها في حالة البحوث التمهيدية.

ب– العينة الحصصيه:

وهي نوع خاص من العينات غير العشوائية وتستخدم كثيرا في معاينة الرأي العام (على سبيل المثال عمليات استطلاعية الرأي العام التي يقوم بها معهد جالوب قبل إجراء انتخابات الرئاسة في الولايات المتحدة الأمريكية)، في هذه الطريقة يقسم المجتمع موضوع الدراسة إلى طبقات بالنسبة إلى صفات أو خصائص معينة ويتم العمل على تمثيل كل طبقة منها في العينة بنسبة وجودها في المجتمع الأصلي (وعلى سبيل المثال في حالة دراسة الدخل لمنطقة ما ورؤى أن يكون حجم العينة المطلوبة 100 فرد مثلاً عندما يريد الباحث أن يقوم جامعوا البيانات بالحصول على البيانات من 20 موظفا، 45 من العمال الحرفيين ، 35 من ذوي الأعمال الحرة ، وتترك الحرية لجامعي البيانات في اختيار الأفراد المطلوبة فيها حدود المواصفات الموضوعة لكل طبقة من الطبقات المذكورة، فبالرغم أن هذه الطريقة في ظاهرها مماثلة للعينة الطبقية العشوائية، إلا أنه في الحالة الأخيرة (العينة الطبقية العشوائية) يكون اختيار المفردات عشوائياً من داخل كل طبقة ولا يترك لجامع البيانات حرية اختيار المفردات من كل طبقة والذي قد يترتب عليه تميزا كبيرا، عموما يلجأ الباحث إلى العينة الحصصيه إذا كان من المرغوب فيها اظهار النتائج في وقت قصير مع التغاضي عن توافر درجة دقة عالية بتلك النتائج.

الفصل الثاني:

التوزيعات التكرارية

تمهيد:

يستخدم التحليل الإحصائي عدة أساليب وصفية، أهمها: العرض الجدولي الذي يتضمن جداول التوزيعات التكرارية البسيطة وجداول التوزيعات التكرارية التجميعية الصاعدة والنازلة وجداول التوزيعات التكرارية النسبية، وأيضا تشمل الأساليب الوصفية العرض البياني المتمثل في المدرج التكراري والشكل الدائري والمنحنى والمضلع التكراري ومنحنيات التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة.

أولا – التوزيع التكراري للمتغير الإحصائي المنفصل (المتقطع):

1– التوزيع التكراري المطلق والنسبي وتمثيلهما البياني:

أ – التوزيع التكراري المطلق:هو عبارة عن جدول يحتوي في صورته البسيطة على العناصر التالية:

أ –1– قيم المتغير الإحصائي: وتتمثل في مختلف القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير الإحصائي المدروس مرتبة ترتيبا تصاعديا وتظهر في العمود الأول ونرمز لها بالرمز X_i ، حيث i يشير إلى السطر في الجدول أي: $i = (1,2,3 \dots \dots, k)$.

أ –2 –التكرار المطلق: وهو يمثل عدد المرات التي تتكرر فيها نفس القيمة ونرمز له بالرمز n_i.

مثال: البيانات التالية تمثل عدد الهواتف النقالة المملوكة من طرف 20 أسرة .

1، 4، 6، 1، 2، 1، 0، 4، 2، 1، 6، 4، 5، 2، 4، 3، 2، 3، 4، 5.

1– أعرض البيانات في جدول توزيع تكراري.

2– إشرح معنى كلا من n_2 و n_5 ؟

الحل :نقوم بترتيب البيانات تصاعديا ثم نعرضها في جدول توزيع تكراري كما يلي:

0-1،1،1،1-2،2،2،2-3،3-4،4،4،4،4-5،5-6،6.

1. عرض البيانات في جدول توزيع تكراري:

عدد الهواتف (قيم المتغير) X_i	**عدد الأسر (التكرار)**n_i
0	1
1	4
2	4
3	2
4	5
5	2
6	2

المجموع	$\sum n_i = \mathbf{20}$

2. شرح معنى كلا من $\mathbf{n_2}$ و $\mathbf{n_5}$:

– **شرح معنى $\mathbf{n_2}$:** لدينا أربعة أسر من بين 20 أسرة تملك هاتف نقال واحد.

– **شرح معنى $\mathbf{n_5}$** : لدينا خمسة أسر من بين 20 أسرة تملك أربعة هواتف نقالة.

ملاحظة:

مجموع التكرارت المطلقة $\sum n_i$ دائما تساوي حجم العينة n أو حجم المجتمع N .

ب –التوزيع التكراري النسبي:

التكرار النسبي هو حاصل قسمة التكرار المطلق لكل قيمة من قيم المتغير الإحصائي المتقطع على مجموع التكرارات أي: $\mathbf{f_i} = \frac{n_i}{\sum n_i}$.

أما التكرار النسبي المئوي فهو عبارة عن التكرار النسبي مضروبا في مائة أي: $\mathbf{f_{i\%}} = \frac{n_i}{\sum n_i} \times 100$.

مثال: بالعودة إلى المثال السابق المتعلق بالهواتف النقالة.

3. احسب التكرارات النسبية.

4. اشرح معنى كلا من f_1 و f_4 ؟

5. احسب التكرارات النسبية المئوية.

6. اشرح معنى كلا من $f_{6\%}$ و $f_{7\%}$ ؟

الحل:

عدد الهواتف (قيم المتغير) X_i	عدد الأسر (التكرار) n_i	$\mathbf{f_i} = \frac{n_i}{\sum n_i}$	$\mathbf{f_{i\%}} = \frac{n_i}{\sum n_i} \times 100$
0	1	$\mathbf{f_i} = \frac{1}{20} = 0.05$	$\mathbf{f_{i\%}} = 0.05 \times 100 = 5$
1	4	$\mathbf{f_i} = \frac{4}{20} = 0.2$	$\mathbf{f_{i\%}} = 0.2 \times 100 = 20$
2	4	$\mathbf{f_i} = \frac{4}{20} = 0.2$	$\mathbf{f_{i\%}} = 0.2 \times 100 = 20$
3	2	$\mathbf{f_i} = \frac{2}{20} = 0.1$	$\mathbf{f_{i\%}} = 0.1 \times 100 = 10$
4	5	$\mathbf{f_i} = \frac{5}{20} = 0.25$	$\mathbf{f_{i\%}} = 0.25 \times 100 = 25$
5	2	$\mathbf{f_i} = \frac{2}{20} = 0.1$	$\mathbf{f_{i\%}} = 0.1 \times 100 = 10$
6	2	$\mathbf{f_i} = \frac{2}{20} = 0.1$	$\mathbf{f_{i\%}} = 0.1 \times 100 = 10$

المجموع	$\sum n_i = 20$	1	100

4. شرح معنى كلا من f_1 و f_4 :

– **شرح معنى f_1**: لدينا 5% من الأسر لا تملك ولا هاتف نقال.

– **شرح معنى f_4** : لدينا 10% من الأسر تملك ثلاثة هواتف نقالة.

6. شرح معنى كلا من $f_{6\%}$ و $f_{7\%}$:

– **شرح معنى $f_{6\%}$**: لدينا 10% من الأسر تملك خمسة هواتف نقالة.

– **شرح معنى $f_{7\%}$** : لدينا 10% من الأسر تملك ستة هواتف نقالة.

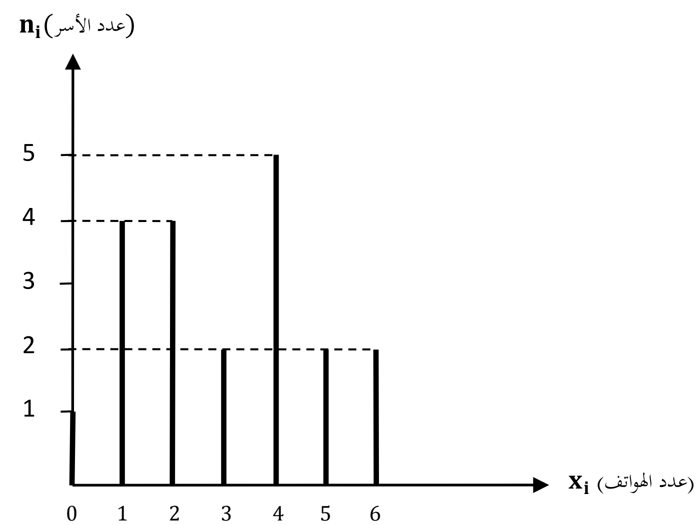
ج –التمثيل البياني للتوزيع التكراري المطلق والنسبي:

يمثل التكرار المطلق أو النسبي للمتغير الإحصائي المتقطع عن طريق **الأعمدة**، حيث يتناسب طول العمود مع التكرار المطلق أو النسبي الموافق له.

مثال: 7. مثل بيانيا معطيات المثال السابق المتعلق بالهواتف النقالة.

الحل:

بما أن المتغير الإحصائي من النوع المنفصل فإن التمثيل البياني لهذا التوزيع التكراري يتم ذلك بواسطة الأعمدة كما يلي:



توزيع 20 أسرة حسب عدد الهواتف النقالة

2– التوزيع التكراري التجميعي الصاعد والنازل وتمثيلهما البياني:

أ – التكرار التجميعي الصاعد:

أ –1 – التكرار التجميعي المطلق الصاعد($N_i^{\uparrow}$) :

يحسب كالتالي:

$$N_1^{\uparrow} = n_1$$

$$N_2^{\uparrow} = n_1 + n_2 = N_1^{\uparrow} + n_2$$
$$N_3^{\uparrow} = n_1 + n_2 + n_3 = N_2^{\uparrow} + n_3$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$\mathbf{N_i^{\uparrow} = n_1 + n_2 + \cdots + n_i = N_{i-1}^{\uparrow} + n_i}$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$\mathbf{N_k^{\uparrow} = \sum n_i}$$

أ –2 – التكرار التجميعي النسبي الصاعد($\mathbf{F_i^{\uparrow}}$) : بنفس الطريقة السابقة نجد ($F_i^{\uparrow}$) أي :

$$\mathbf{F_1^{\uparrow} = f_1}$$
$$F_2^{\uparrow} = f_1 + f_2 = F_1^{\uparrow} + f_2$$
$$F_3^{\uparrow} = f_1 + f_2 + f_3 = F_2^{\uparrow} + f_3$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$\mathbf{F_i^{\uparrow} = f_1 + f_2 + \cdots + f_i = F_{i-1}^{\uparrow} + f_i}$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$\mathbf{F_k^{\uparrow} = 1}$$

أو مباشرة نجد ($F_i^{\uparrow}$) بالطريقة التالية : $\mathbf{F_i^{\uparrow} = \frac{N_i^{\uparrow}}{\sum n_i}}$

أ –3 – التكرار التجميعي النسبي المئوي الصاعد ($\mathbf{F_i^{\uparrow}\%}$) :

التكرار التجميعي النسبي المئوي الصاعد هو عبارة عن التكرار التجميعي النسبي الصاعد مضروبا في مائة أي: $\mathbf{F_i^{\uparrow}\% = F_i^{\uparrow} \times 100}$.

ملاحظة :التكرار التجميعي النسبي المئوي الصاعد الأول يساوي دائما التكرار النسبي المئوي الأول أي: ($\mathbf{F_1^{\uparrow}\% = f_{1\%}}$) ،في حين التكرار التجميعي النسبي المئوي الصاعد الأخير يساوي دائما مجموع التكرارات النسبية المئوية أي :($\mathbf{F_k^{\uparrow}\% = 100}$).

ب – التكرار التجميعي النازل:

ب –1 – التكرار التجميعي المطلق النازل($\mathbf{N_i^{\downarrow}}$) :

يحسب كالتالي:

$$\mathbf{N_1^{\downarrow} = \sum n_i = n}$$
$$N_2^{\downarrow} = n - n_1 = N_1^{\downarrow} - n_1$$
$$N_3^{\downarrow} = n - n_1 - n_2 = N_2^{\downarrow} - n_2$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$\mathbf{N_i^{\downarrow} = n - n_1 - \cdots - n_{i-1} = N_{i-1}^{\downarrow} - n_{i-1}}$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$\mathbf{N_k^{\downarrow} = n_k}$$

ب –2 – التكرار التجميعي النسبي النازل($\mathbf{F_i^{\downarrow}}$) : بنفس الطريقة السابقة نجد ($F_i^{\downarrow}$) أي :

$$\mathbf{F_1^{\downarrow} = 1}$$
$$F_2^{\downarrow} = 1 - f_1 = F_1^{\downarrow} - f_1$$
$$F_3^{\downarrow} = 1 - f_1 - f_2 = F_2^{\downarrow} - f_2$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$\mathbf{F_i^{\downarrow} = 1 - f_1 - \cdots - f_i = F_{i-1}^{\downarrow} - f_{i-1}}$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$\mathbf{F_k^{\downarrow} = f_k}$$

أو مباشرة نجد ($F_i^{\downarrow}$) بالطريقة التالية : $\mathbf{F_i^{\downarrow} = \frac{N_i^{\downarrow}}{\sum n_i}}$

ب – 3 – التكرار التجميعي النسبي المئوي النازل ($\mathbf{F_i^{\downarrow}\%}$) :

التكرار التجميعي النسبي المئوي النازل هو عبارة عن التكرار التجميعي النسبي النازل مضروبا في مائة أي: $\mathbf{F_i^{\downarrow}\% = F_i^{\downarrow} \times 100}$.

ملاحظة: التكرار التجميعي النسبي المئوي النازل الأول يساوي دائما 100 أي: ($\mathbf{F_1^{\downarrow}\% = 100}$)، في حين التكرار التجميعي النسبي المئوي النازل الأخير يساوي دائما التكرار النسبي المئوي الأخير أي: ($\mathbf{F_k^{\downarrow}\% = f_{k\%}}$).

مثال: بالعودة إلى المثال السابق المتعلق بالهواتف النقالة.

8. أحسب التكرارات التجميعية المطلقة الصاعدة($N_i^{\uparrow}$) والنازلة ($N_i^{\downarrow}$) ؟

9. أحسب التكرارات التجميعية النسبية الصاعدة($F_i^{\uparrow}$) والنازلة ($F_i^{\downarrow}$) ؟

10. أحسب التكرارات التجميعية النسبية المئوية الصاعدة($F_i^{\uparrow}\%$) والنازلة ($F_i^{\downarrow}\%$)؟

11. اشرح كلا من: $N_2^{\uparrow}$، $N_3^{\downarrow}$، $F_4^{\uparrow}$، $F_5^{\downarrow}$، $F_6^{\uparrow}\%$، $F_7^{\downarrow}\%$؟

الجدول: التكرارات التجميعية المطلقة والنسبية الصاعدة والنازلة لتوزيع 20 أسرة حسب عدد الهواتف النقالة

عدد الهواتف (قيم المتغير) X_i	عدد الأسر (التكرار) n_i	f_i	$f_{i\%}$	$N_i^{\uparrow}$	$N_i^{\downarrow}$	$F_i^{\uparrow}$	$F_i^{\downarrow}$	$F_i^{\uparrow}\%$	$F_i^{\downarrow}\%$
0	1	0.05	5	1	20	0.05	1	5	100
1	4	0.20	20	5	19	0.25	0.95	25	95
2	4	0.20	20	9	15	0.45	0.75	45	75
3	2	0.10	10	11	11	0.55	0.55	55	55
4	5	0.25	25	16	9	0.80	0.45	80	45
5	2	0.10	10	18	4	0.90	0.20	90	20
6	2	0.10	10	20	2	1	0.10	100	10
المجموع	$\sum n_i = \mathbf{20}$	**1**	**100**	–	–	–	–	–	–

11. شرح كلا من: $\mathbf{N_2^{\uparrow}}$، $\mathbf{N_3^{\downarrow}}$، $\mathbf{F_4^{\uparrow}}$، $\mathbf{F_5^{\downarrow}}$، $\mathbf{F_6^{\uparrow}\%}$، $\mathbf{F_7^{\downarrow}\%}$:

- **شرح معنى** $\mathbf{N_2^{\uparrow}}$: لدينا 5 أسر من بين 20 أسرة تملك هاتف نقال واحد **فما أقل**.
- **شرح معنى** $\mathbf{N_3^{\downarrow}}$: لدينا 15 أسرة من بين 20 أسرة تملك هاتفين **فما أكثر**.
- **شرح معنى** $\mathbf{F_4^{\uparrow}}$: لدينا 55% من الأسر تملك ثلاثة هواتف نقالة **فما أقل**.
- **شرح معنى** $\mathbf{F_5^{\downarrow}}$: لدينا 45% من الأسر تملك أربعة هواتف نقالة **فما أكثر**.
- **شرح معنى** $\mathbf{F_6^{\uparrow}\%}$: لدينا 90% من الأسر تملك خمسة هواتف نقالة **فما أقل**.
- **شرح معنى** $\mathbf{F_7^{\downarrow}\%}$: لدينا 10% من الأسر تملك ستة هواتف نقالة **فما أكثر**.

ج –التمثيل البياني للتوزيع التكراري التجميعي الصاعد والنازل:

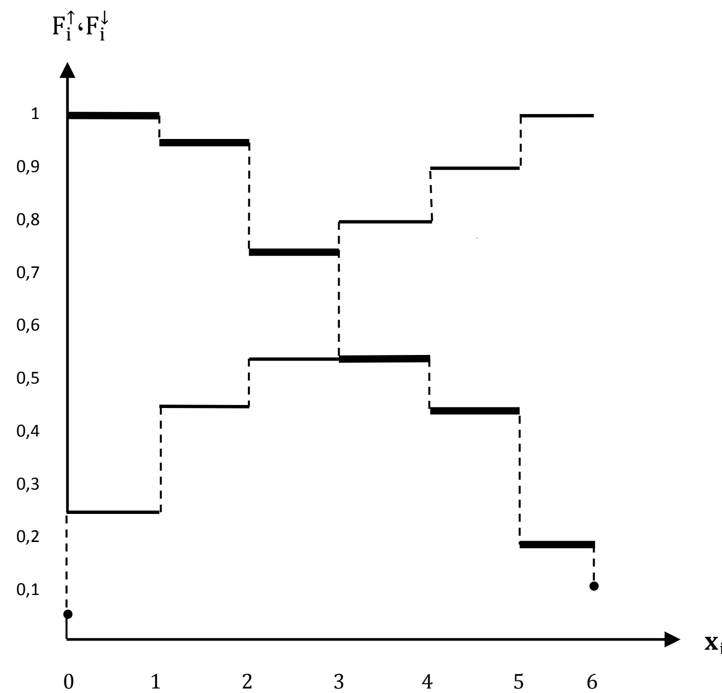
يمثل التكرار التجميعي المطلق أو النسبي الصاعد والنازل للمتغير الإحصائي المتقطع عن طريق **المنحنى المتجمع الصاعد والنازل**، حيث نلاحظ أنه يأخذ الشكل السلمي إما صاعدا أو نازلا، فنسميه **منحنى سلمي**، كما أنه يظهر على شكل أجزاء متقطعة دلالة على أن المتغير من النوع المنفصل أو المتقطع.

مثال: بالعودة إلى المثال السابق المتعلق بالهواتف النقالة.

12. مثل بيانيا التكرارات التجميعية النسبية الصاعدة والنازلة ؟

13. احسب عدد ونسبة الأسر التي لها: **أ**– على الأكثر 4 هواتف، **ب**– على الأقل 5 هواتف، **ج**– عددا محصورا بين 3 و6 هواتف؟

الحل:



التكرارات التجميعية النسبية الصاعدة والنازلة لتوزيع 20 أسرة حسب عدد الهواتف النقالة

أ– عدد ونسبة الأسر التي لها على الأكثر 4 هواتف:

العدد: (5+2+4+4+1)=16 ($N_5^{\uparrow}$)

النسبة: $\frac{16}{20} \times 100 = 80\%$ ($F_5^{\uparrow}\%$)

ب– عدد ونسبة الأسر التي لها على الأقل 5 هواتف :

العدد: (2+2)=4 ($N_6^{\downarrow}$)

النسبة: $\frac{4}{20} \times 100 = 20\%$ ($F_6^{\downarrow}\%$)

ج– عدد ونسبة الأسر التي لها عددا محصورا بين 3 و6 هواتف:

العدد: (2+2+5+2)=11

النسبة: $\frac{11}{20} \times 100 = 55\%$

ثانيا – التوزيع التكراري للمتغير الإحصائي المتصل (المستمر)

1– جدول التوزيع التكراري لمتغير إحصائي متصل:

رأينا سابقا أن إذا كان المتغير الإحصائي من النوع المتصل فإنه يقبل عددا غير متناهي من القيم الممكنة المحصورة بين أصغر قيمة X_{min} و وأكبر قيمة X_{max} وعليه يستحيل أن نمثله في جدول على شكل قيم فردية كما هو الحال في المتغير المنفصل، فنلجأ في هذه الحالة إلى تجميع أو تكثيف البيانات في مجموعات جزئية نسميها " **فئات**" فما هو عدد الفئات التي يمكن تحديدها وكيف؟

رغم ذلك فقد اجتهد بعض العلماء في تحديد قاعدة نظرية لإيجاد عدد الفئات، ومنهم العالم ستورجس (Sturges) الذي وضع قاعدة تجريبية لحساب طول الفئات، حيث تعتمد هذه القاعدة على مجال الدراسة وحجم المجتمع أو العينة.

أ– تحديد المدى العام (E)

المدى العام هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة،أي: $E = X_{max} - X_{min}$.

ب – تحديد عدد الفئات (K)

إن استخدام عدد قليل من الفئات يؤدي إلى تسهيل العمليات الحسابية مع انخفاض الدقة، بينما يؤدي زيادة عدد الفئات إلى كثرة العمليات الحسابية غير أنها تزيد من الدقة، ويتحدد عدد الفئات بظروف الظاهرة قيد الدراسة ووجهة نظر الباحث، وعلى العموم فمن الأفضل ألا يقل عدد الفئات عن خمسة ولا يزيد عن خمسة عشر.

إن تحديد عدد الفئات يكون كالتالي: $K = 1 + 3.322\log(n)$

حيث: n تمثل حجم العينة أو المجتمع و $\log(n)$ اللوغاريتم العشري.

ج – تحديد أطوال الفئات (C)

$$C = \frac{E}{K}$$

ملاحظة:عند تحديد طول الفئة يجب مراعاة المتباينة التالية: طول الفئة $\times$ عدد الفئات $\leq$ المدى العام .

وعلى العموم فإن كل فئة تتميز بما يلي:

-كل فئة تتميز بحدين، حد أدنى وحد أقصى، هذه الحدود وبالخصوص الحد الأقصى يمكن أن يكون حدا فعليا أو غير فعلي، كأن نقول الفئة من **أ** إلى **ب** أي: [أ – ب] ← ب يعتبر حدا فعليا أي ينتمي للفئة، أو من أ إلى أقل من **ب** أي:

[أ – ب[← ب يعتبر حدا غير فعلي أي لا ينتمي للفئة.

– يمكن أن نلاحظ في بعض الجداول أن الفئة الأولى في الجدول غير محددة الحد الأدنى،كأن نقول مثلا 100 فما أقل أي (≥ 100) ،كما أن الفئة الأخيرة قد تكون غير محددة الحد الأقصى كأن نقول مثلا 1000 فما أكثر (≤ 1000)، وهذا النوع من الفئات يطرح إشكالا في حساب مراكز الفئات.

–كل فئة تتميز بمجال أو طول وهو: $\Delta x_i = X_{max} - X_{min}$

–كل فئة تتميز بمركز يحسب كالتالي : $C_i = \frac{X_{min}+X_{max}}{2}$

– إذا كانت أطوال الفئات متساوية فإن الفروق بين المراكز تساوي أطوال الفئات.

ملاحظة هامة :مهما تكن الطريقة المستعملة في تحديد عدد الفئات وأطوالها فإن المهم في كل ذلك هو أن لا يكون هناك تداخل بين الفئات، بحيث كل قيمة في السلسلة لا يمكن وضعها إلا في فئة واحدة.

كما أن جدول التوزيع التكراري لمتغير إحصائي مستمر قد يحتوي على التكرارات التالية:

– التكرار النسبي $\mathbf{f_i}$ والتكرار النسبي المئوي $\mathbf{f_{i\%}}$.

– التكرار التجميعي المطلق الصاعد $\mathbf{N_i^{\uparrow}}$ والتكرار التجميعي المطلق النازل $\mathbf{N_i^{\downarrow}}$.

– التكرار التجميعي النسبي الصاعد $\mathbf{F_i^{\uparrow}}$ والتكرار التجميعي النسبي النازل $\mathbf{F_i^{\downarrow}}$.

– التكرار التجميعي النسبي المئوي الصاعد $\mathbf{F_i^{\uparrow}\%}$ والتكرار التجميعي النسبي المئوي النازل $\mathbf{F_i^{\downarrow}\%}$.

ملاحظة :يتم حساب التكرارات السابقة بنفس الطريقة المذكورة في المتغير الكمي المتقطع.

مثال:تمثل البيانات التالية حجم (قيمة) المبيعات لعينة من 50 تاجر (الوحدة: 10^3دج).

30	30	30	29	28	28	27	26	23	22
33	33	32	32	32	32	31	31	31	30
36	36	36	36	35	35	35	35	34	33
40	40	39	39	38	38	38	37	37	37
49	48	46	45	45	45	43	42	41	41

1.أعرض هذه البيانات في توزيع تكراري على شكل فئات باستخدام طريقة ستورجس (Sturges)؟

2. أحسب مراكز الفئات هذا التوزيع التكراري؟

3.أحسب التكرارات النسبية $\mathbf{f_i}$ والتكرارات النسبية المئوية $\mathbf{f_{i\%}}$ ؟

4. أحسب التكرارات التجميعية المطلقة الصاعدة $\mathbf{N_i^{\uparrow}}$ والتكرارات التجميعية المطلقة النازلة $\mathbf{N_i^{\downarrow}}$؟

5. أحسب التكرارات التجميعية النسبية الصاعدة $\mathbf{F_i^{\uparrow}}$ والتكرارات التجميعية النسبية النازلة $\mathbf{F_i^{\downarrow}}$؟

6. أحسب التكرارات التجميعية النسبية المئوية الصاعدة $\mathbf{F_i^{\uparrow}\%}$ والتكرارات التجميعية النسبية المئوية النازلة $\mathbf{F_i^{\downarrow}\%}$ ؟

7. اشرح معنى كلا من: n_1 ، $f_{2\%}$،$N_3^{\uparrow}$،$N_4^{\downarrow}$،$F_5^{\uparrow}\%$،$F_6^{\downarrow}\%$؟

الحل:

1. عرض هذه البيانات في توزيع تكراري على شكل فئات باستخدام طريقة ستورجس (Sturges):

أ– تحديد المدى العام (E)

$$E = X_{max} - X_{min} = 49 - 22 = 27$$

ب – تحديد عدد الفئات (K)

$$K = 1 + 3.322\log(n) = 1 + 3.322\log(50) = 6.64 \approx 7$$

ج – تحديد طول الفئة (C)

$$C = \frac{E}{K} = \frac{27}{6.64} = 4.06 = 4$$

ملاحظة: التحقق من مراعاة المتباينة التالية: $4 \times 7 \leq 27$.

$F_i^{\downarrow}\%$	$F_i^{\uparrow}\%$	$F_i^{\downarrow}$	$F_i^{\uparrow}$	$N_i^{\downarrow}$	$N_i^{\uparrow}$	$f_{i\%}$	f_i	c_i	n_i	X_i
100	4	1	0.04	50	02	4	0.04	24	02	]26 − 22]
96	14	0.96	0.14	48	07	10	0.1	28	05	]30 − 26]
86	42	0.86	0.42	43	21	28	0.28	32	14	]34 − 30]
58	66	0.58	0.66	29	33	24	0.24	36	12	]38 − 34]
34	84	0.34	0.84	17	42	18	0.18	40	09	]42 − 38]
16	94	0.16	0.94	08	47	10	0.1	44	05	]46 − 42]
6	100	0.06	1	03	50	6	0.06	48	03	]50 − 46]
−	−	−	−	−	−	**100**	**1**	−	**50**	**Σ**

6. شرح معنى كلا من: n_1 ، $f_{2\%}$،$N_3^{\uparrow}$،$N_4^{\downarrow}$،$F_5^{\uparrow}\%$،$F_6^{\downarrow}\%$:

$n_1 = 2$: لدينا تاجرين من بين 50 تاجر تتراوح قيمة مبيعاتهم ما بين 22.10^3دج و26.10^3دج .

$f_{2\%} = 10\%$: لدينا 10% من التجار تتراوح قيمة مبيعاتهم ما بين 26.10^3دج و30.10^3دج .

$N_3^{\uparrow} = 21$: لدينا 21 تاجر من بين 50 تاجر قيمة مبيعاتهم أقل من 34.10^3دج.

$N_4^{\downarrow} = 29$: لدينا 29 تاجر من بين 50 تاجر قيمة مبيعاتهم أكبر أو يساوي من 34.10^3**دج**.

$F_5^{\uparrow}\% = 84\%$:لدينا 84% من التجار قيمة مبيعاتهم أقل من 42.10^3دج.

$F_6^{\downarrow}\% = 16\%$:لدينا 16% من التجار قيمة مبيعاتهم أكبر أو يساوي من 42.10^3دج.

2− التمثيل البياني للمتغير الإحصائي المتصل:

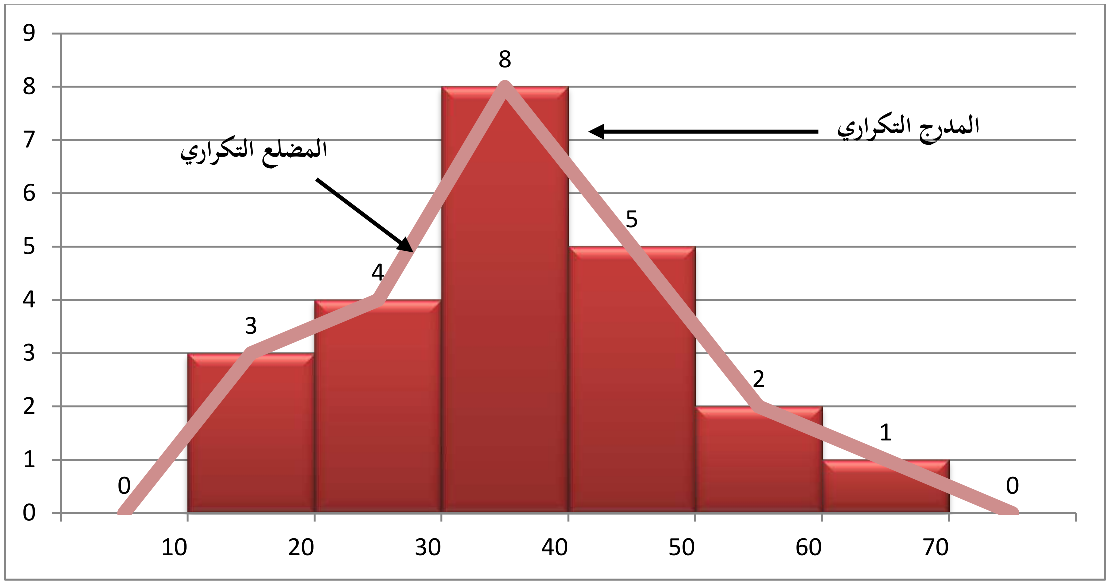
يمثل التكرار المطلق والنسبي للمتغير الإحصائي المستمر عن طريق **المدرج التكراري** حيث تتناسب مساحة المستطيل مع التكرار المطلق أو النسبي الموافق له، فإذا ربطنا مراكز الفئات بواسطة خطوط مستقيمة مع بعضها البعض نحصل على **المضلع التكراري** وإ ذا رسمنا منحنى بجوار المضلع التكراري نحصل على **المنحنى التكراري**.

مثال: الجدول التالي يمثل انتاج الحليب باللتر لعينة من 23 مزرعة خلال أسبوع باحدى بلديات برج بوعريريج.

Σ	]70 − 60]	]60 − 50]	]50 − 40]	]40 − 30]	]30 − 20]	]20 − 10]	X_i
23	1	2	5	8	4	3	n_i

المطلوب: مثل بيانيا هذا التوزيع عن طريق المدرج التكراري والمضلع التكراري ؟

الحل:



ب– يمثل التكرار التجميعي الصاعد والنازل للمتغير الإحصائي المتصل عن طريق **المنحنى المتجمع الصاعد والنازل**، حيث نرفق بكل قيمة للتكرار التجميعي الصاعد الحد الأعلى للفئة الموافقة لها ونرفق بكل قيمة للتكرار التجميعي النازل الحد الأدنى للفئة الموافقة لها.

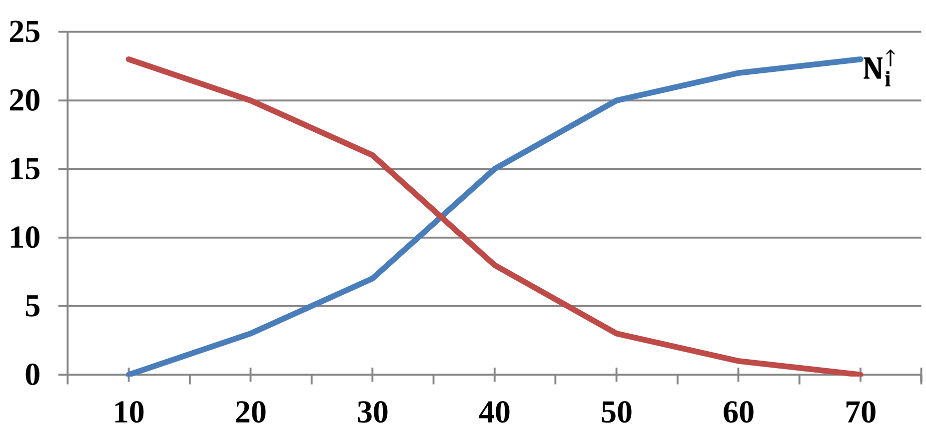
مثال: المثال السابق المتعلق انتاج الحليب باللتر لعينة من 23 مزرعة خلال أسبوع باحدى بلديات برج بوعريريج.

المطلوب: أرسم المنحنى التجميعي الصاعد والنازل باستعمال التكرارات المطلقة؟

$N_i^{\downarrow}$	$N_i^{\uparrow}$	n_i	X_i
23	03	03	]20 – 10]
20	07	04	]30 – 20]
16	15	08	]40 – 30]
08	20	05	]50 – 40]
03	22	02	]60 – 50]
01	23	01	]70 – 60]
–	–	**50**	**Σ**

الحل:

الشكل رقم: المنحنى التجميعي الصاعد والنازل باستعمال التكرارات المطلقة لتوزيع عينة من 23 مزرعة حسب انتاجها للحليب خلال أسبوع باحدى بلديات برج بوعريريج



$N_i^{\downarrow}$

3– التمثيل البياني للتوزيع التكراري لمتغير إحصائي متصل في حالة عدم تساوي أطوال الفئات (طريقة التصحيح):

إذا كانت الفئات غير متساوية، نقوم بتعديل التكرارات لأن قاعدة المقارنة غير ثابتة، حتى يكون هناك تناسب بين طول الفئة والتكرار المقابل لها، أي إيجاد عدد الوحدات الإحصائية الموزعة على وحدة قياس معينة.

التكرار المعدل :هو عبارة عن النسبة بين التكرار البسيط وطول الفئة المقابلة مضروبا في الطول الشائع.

$$f'_{i\%} = \frac{f_{i\%}}{a_i} \times a \quad \text{أو} \quad f'_i = \frac{f_i}{a_i} \times a \quad \text{أو} \quad n'_i = \frac{n_i}{a_i} \times a$$

حيث:

n'_i تمثل التكرار المطلق المعدل.

f'_i تمثل التكرار النسبي المعدل.

$f'_{i\%}$ تمثل التكرار النسبي المئوي المعدل.

a تمثل الطول الشائع.

a_i تمثل طول كل فئة.

n_i ، f_i ، $f_{i\%}$ تمثل بهذا الترتيب التكرار المطلق، التكرار النسبي، التكرار النسبي المئوي.

مثال:الجدول التالي يعطينا توزيع 180 مصنعا لانتاج الاسمنت حسب الانتاج الشهري (بالطن) في أحد البلدان الأروبية.

الانتاج الشهري (X_i)	عدد المصانع (n_i)
]20 − 10]	30
]40 − 20]	40
]70 − 40]	30
]80 − 70]	60
]100 − 80]	20
المجموع	180

1. مثل بيانيا هذا التوزيع؟

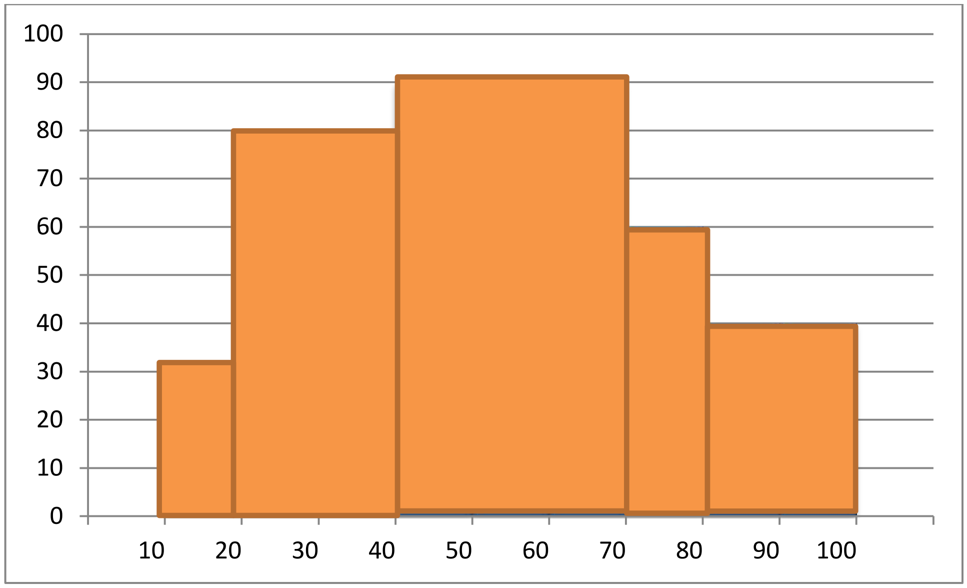
الحل: نلاحظ أن أطوال الفئات غير متساوية، وعليه يجب إجراء التصحيح على التكرار المطلق n_i قبل التمثيل البياني،كما نلاحظ أن الطول الشائع a هو 10، أو 20 ، لكن نحن نستخدم:.

الانتاج الشهري (X_i)	عدد المصانع (n_i)	طول الفئة a_i	$\frac{a}{a_i}$	$n'_i = \frac{n_i}{a_i} \times a$
]20 − 10]	30	10	01	30
]40 − 20]	40	20	02	80
]70 − 40]	30	30	03	90
]80 − 70]	60	10	01	60
]100 − 80]	20	20	02	40

المجموع	180	–	–	–

1. التمثيل البياني لهذا التوزيع:

الشكل رقم: توزيع 180 مصنعا لانتاج الاسمنت حسب الانتاج الشهري (بالطن) في أحد البلدان الأروبية.



ثالثا –التوزيع التكراري للمتغير الإحصائي الكيفي

1– التوزيع التكراري للمتغير الإحصائي الكيفي القابل للترتيب

إذا كان المتغير المدروس كيفيا قابلا للترتيب فإن جدول التوزيع التكراري يحتوي على أنواع المتغير في العمود الأول والتكرار المطلق وكذلك التكرار النسبي والنسبي المئوي، وكذلك التكرار التجميعي المطلق والنسبي الصاعد أوالنازل.

2– التوزيع التكراري للمتغير الإحصائي الكيفي الغير قابل للترتيب

إذا كان المتغير المدروس كيفيا غير قابل للترتيب فإن جدول التوزيع التكراري يحتوي على أنواع المتغير في العمود الأول والتكرار المطلق وكذلك التكرار النسبي والنسبي المئوي،أما التكرار التجميعي المطلق والنسبي الصاعد والنازل فليس له معنى.

3– التمثيل البياني للمتغير الكيفي:

3– 1– الأعمدة البيانية البسيطة: هي عبارة عن مستطيلات متباعدة بمسافات ثابتة ولها قواعد متساوية تتناسب أطوالها مع تكرارات الخاصية المدروسة.

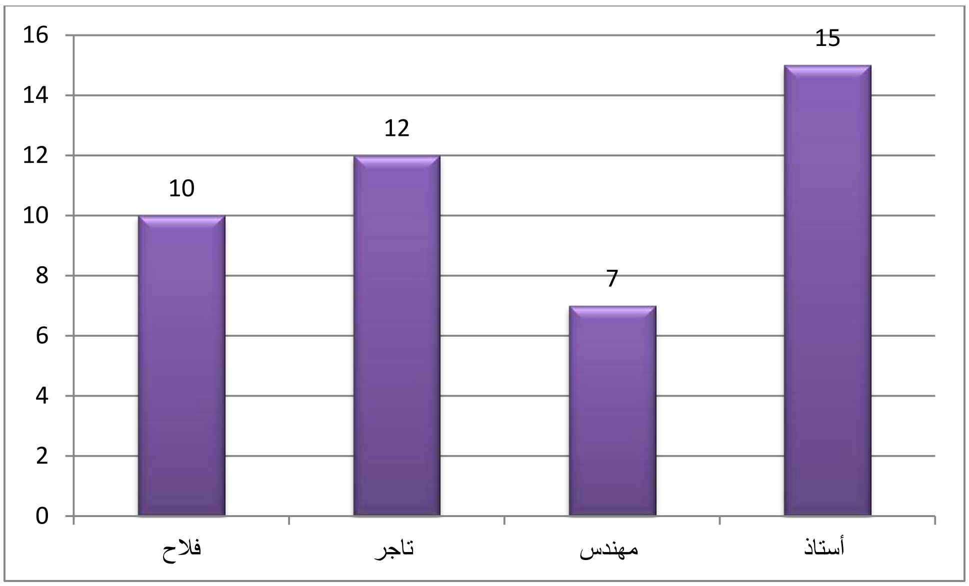
مثال: الجدول التالي يبين توزيع 44 شخص حسب مهنهم:

المهنة	فلاح	تاجر	مهندس	أستاذ	المجموع
عدد الأشخاص	10	12	7	15	44

المطلوب: مثل عن طريق الأعمدة البيانية البسيطة معطيات الجدول التالي؟

الحل:

الشكل رقم: أعمدة بيانية بسيطة لتوزيع 54 شخص حسب مهنهم:



3 –2– الأعمدة البيانية المتلاصقة:

يستخدم هذا النوع من الرسم البياني في حالة الجداول التكرارية المركبة، ففي حالة الجدول التكراري المزدوج نجد الشكل البياني يتكون من مجموعات كلية خاصة بالظاهرة الأولى وداخل كل مجموعة مستطيلات متلاصقة تمثل الظاهرة الثانية.

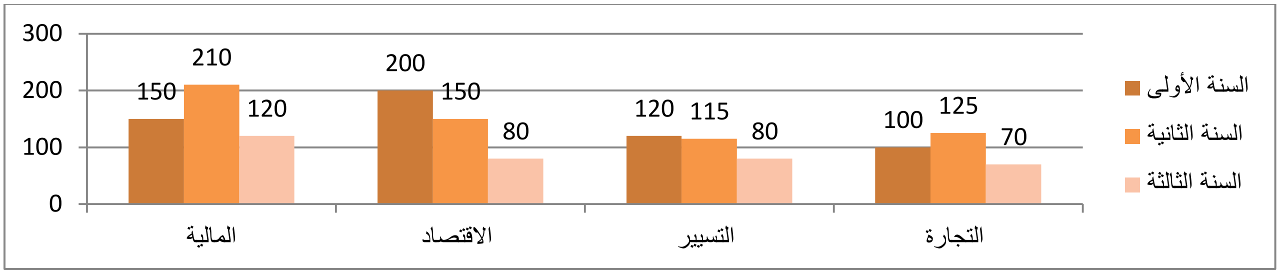
مثال: الجدول التالي يبين توزيع طلبة الليسانس لكلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير في أحد الجامعات الجزائرية خلال سنة جامعية ما.

التخصص / المستوى	المالية	الاقتصاد	التسيير	التجارة	المجموع
السنة الأولى	150	200	120	100	**570**
السنة الثانية	210	150	115	125	**600**
السنة الثالثة	120	80	80	70	**350**
المجموع	**480**	**430**	**315**	**295**	**1520**

المطلوب: مثل معطيات هذا الجدول عن طريق الأعمدة البيانية المتلاصقة؟

الحل:

الشكل رقم: أعمدة بيانية متلاصقة توزيع طلبة الليسانس لكلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير في أحد الجامعات الجزائرية خلال سنة جامعية ما



3 -3 الأعمدة البيانية المجزأة: الأعمدة البيانية المجزأة هي عبارة عن مستطيلات مجزأة، كل جزء يمثل خاصية من الظاهرة المدروسة، ومن الأفضل في هذه الحالة استخدام التكرارات النسبية المئوية حيث أن كل مستطيل طوله 100%.

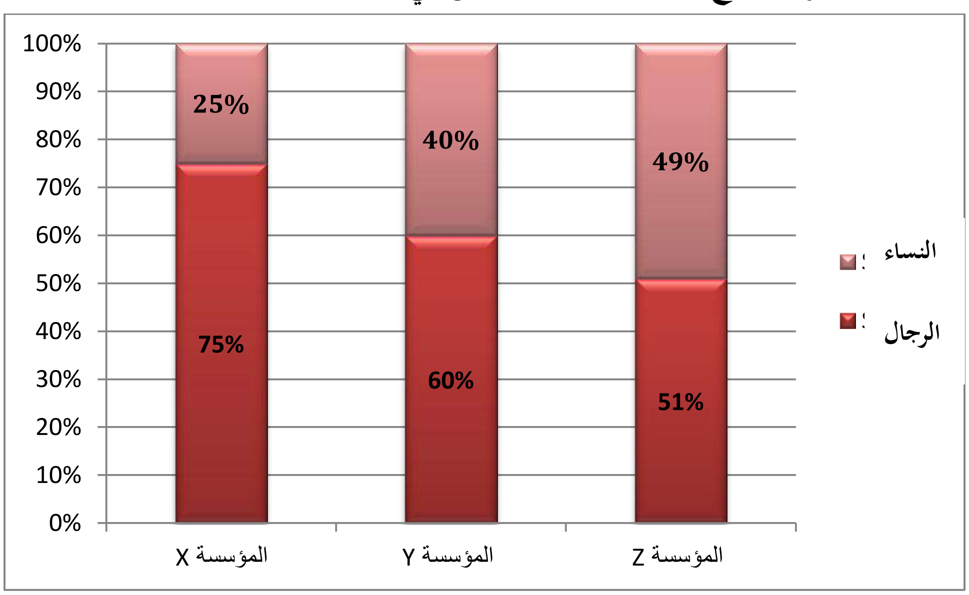
مثال: الجدول التالي يبين توزيع العمال حسب الجنس في ثلاثة مؤسسات معينة:

المؤسسة	المؤسسة X	المؤسسة Y	المؤسسة Z
نسبة الرجال	75	60	51
نسبة النساء	25	40	49
المجموع	%100	%100	%100

المطلوب: مثل معطيات هذا الجدول عن طريق الأعمدة البيانية المجزأة؟

الحل:

الشكل رقم: أعمدة بيانية مجزأة لتوزيع العمال حسب الجنس في ثلاثة مؤسسات معينة



3 -4 الدائرة النسبية: هو عبارة عن أجزاء مقسمة داخل دائرة وكل جزء يمثل خاصية من الظاهرة المدروسة، وعادة ما يستخدم في حالة الرسم الدائري التكرارات النسبية.

مثال: الجدول التالي يوضح توزيع تكاليف الإنتاج لإحدى المؤسسات كما يلي:

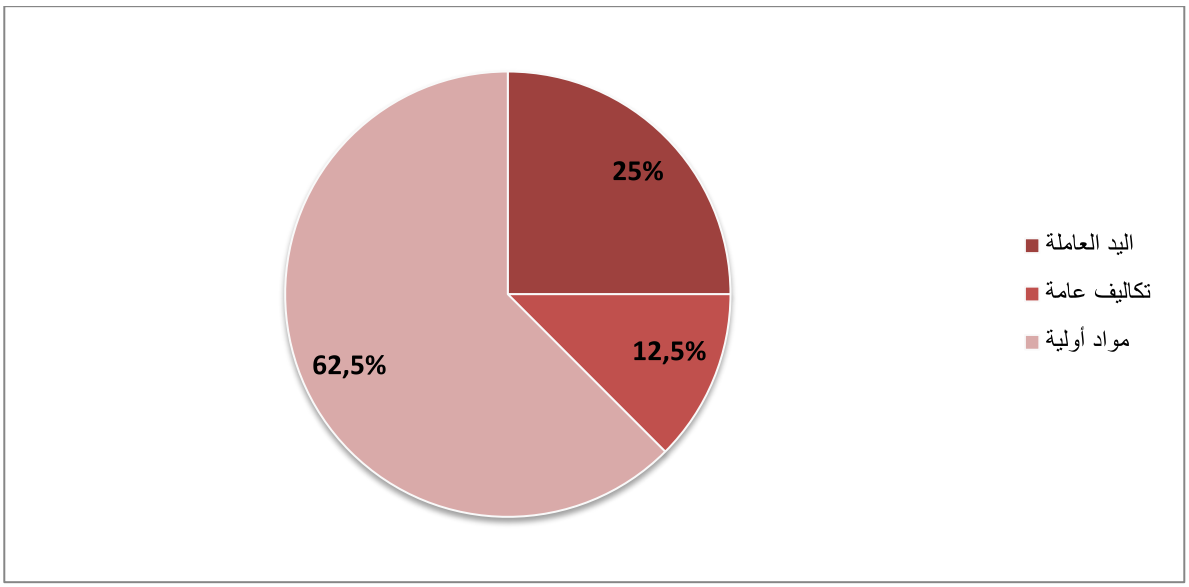
تكاليف الإنتاج	اليد العاملة	تكاليف عامة	مواد أولية	المجموع

النسبة	%25	%12,5	%62,5	%100

المطلوب: مثل معطيات هذا الجدول بدائرة نسبية؟

الحل:

الشكل رقم: دائرة نسبية توضح توزيع تكاليف الإنتاج لإحدى المؤسسات



الفصل الثالث:

مقاييس النزعة المركزية

تمهيد:

لقد لاحظ المحللون للسلاسل الإحصائية حول مواضيع مختلفة أن معظم بيانات السلسلة الإحصائية تتجه أو تنزع إلى التمركز أو التجمع حول قيم متميزة تقع في مركز البيانات والقليل منها تتطرف إما بالكبر وإ ما بالصغر، نسمي هذه الظاهرة بظاهرة النزعة المركزية، أما القيم التي تتمركز حولها البيانات الأخرى فتسمى مقاييس النزعة المركزية أو المتوسطات، فهي إذن تعين لنا موقع الظاهرة ونستعملها في تقدير مستوى الظاهرة المدر وسة.

هناك عدة مقاييس للتعبير عن هذه الظاهرة تختلف من ناحية الدقة والمدلول الإحصائي وطريقة الحساب، من أهمها:

- المتوسط الحسابي ومشتقاته (المتوسط الهندسي، المتوسط التوافقي، المتوسط التربيعي).
- الوسيط ومشتقاته (الربيعيات، العشيريات، والمئويات).
- المنوال.

أولا- المتوسط الحسابي ($\overline{\mathbf{X}}$):

يعتبر المتوسط الحسابي من أهم مقاييس النزعة المركزية وأكثرها استخداما في النواحي التطبيقية، ويعرف عموما على أنه مجموع القيم مقسوما على عددها.

1- الطريقة المباشرة:

1-1- حساب المتوسط الحسابي من البيانات الأولية:

يطلق عليه في هذه الحالة بالمتوسط الحسابي البسيط (غير المرجح) لأن البيانات الأولية أو البيانات غير المبوبة هي البيانات التي تكون على شكل سلسلة إحصائية $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ ،وعليه تعطى علاقة المتوسط الحسابي لهذه السلسلة بالصيغة التالية:

$$\overline{\mathbf{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n}{n}$$

حيث: X_i تمثل قيم المتغير الإحصائي، و n تمثل عدد القيم.

مثال: المثال السابق المتعلق بالهواتف النقالة.

1. احسب العدد المتوسط للهواتف النقالة المملوكة من طرف الأسرة الواحدة على السلسلة الاحصائية (قبل التبويب)؟

الحل:

$$\overline{\mathbf{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n}{n} = \frac{1+4+6+\cdots+3+4+5}{20} = \frac{60}{20} = 3$$

العدد المتوسط للهواتف النقالة المملوكة من طرف الأسرة الواحدة هو 3.

2-1- حساب المتوسط الحسابي من البيانات المبوبة (المتوسط الحسابي المرجح):

في بعض الحالات، تكون القيم المراد حساب لها المتوسط الحسابي ليس لها نفس الأهمية، أي أهميات نسبية تختلف باختلاف معامل الترجيح الخاص بها، في مثل هذه الحالات يتطلب الأمر استخدام صيغة أخرى تسمى بصيغة المتوسط الحسابي المرجح، وهنا نميز حالتين:

1-2-1- حساب المتوسط الحسابي المرجح في حالة متغير كمي منفصل:

إذا كانت لدينا بيانات مبوبة في توزيع (جدول) تكراري على شكل قيم مفردة فإن:

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i . X_i}{\sum n_i} = \frac{n_1.X_1 + n_2.X_2 + n_3.X_3 + \cdots + n_k.X_k}{\sum n_i}$$

أو:

$$\bar{\mathbf{X}} = \sum_{i=1}^{k} f_i . X_i = f_1 . X_1 + f_2 . X_2 + f_3 . X_3 + \cdots + f_k . X_k$$

مثال: المثال السابق المتعلق بالهواتف النقالة.

2. احسب العدد المتوسط للهواتف النقالة المملوكة من طرف الأسرة الواحدة على الجدول التكراري (بعد التبويب)؟

الحل:

عدد الهواتف (قيم المتغير) X_i	**عدد الأسر (التكرار)** n_i	$\mathbf{f_i}$	$\mathbf{n_i . X_i}$	$\mathbf{f_i . X_i}$
0	1	0.05	0	0
1	4	0.20	4	0.20
2	4	0.20	8	0.40
3	2	0.10	6	0.30
4	5	0.25	20	1
5	2	0.10	10	0.50
6	2	0.10	12	0.60
المجموع	$\sum n_i = \mathbf{20}$	**1**	**60**	**3**

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i . X_i}{\sum n_i} = \frac{n_1 . X_1 + n_2 . X_2 + n_3 . X_3 + \cdots + n_k . X_k}{\sum n_i} = \frac{60}{20} = 3$$

أو:

$$\bar{\mathbf{X}} = \sum_{i=1}^{k} f_i . X_i = f_1 . X_1 + f_2 . X_2 + f_3 . X_3 + \cdots + f_k . X_k = 3$$

2-2-1- حساب المتوسط الحسابي المرجح في حالة متغير كمي متصل:

إذا كانت لدينا بيانات مبوبة في توزيع (جدول) تكراري على شكل فئات فإن:

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i . c_i}{\sum n_i} = \frac{n_1 . c_1 + n_2 . c_2 + n_3 . c_3 + \cdots + n_k . c_k}{\sum n_i}$$

أو:

$$\bar{\mathbf{X}} = \sum_{i=1}^{k} f_i . c_i = f_1 . c_1 + f_2 . c_2 + f_3 . c_3 + \cdots + f_k . c_k$$

مثال:المثال السابق المتعلق بحجم المبيعات لعينة من 50 تاجر.

3. احسب الحجم المتوسط للمبيعات على الجدول التكراري (بعد التبويب)؟

الحل:

$\mathbf{f_i . c_i}$	$\mathbf{n_i . c_i}$	$\mathbf{f_i}$	$\mathbf{c_i}$	$\mathbf{n_i}$	$\mathbf{X_i}$
0.96	48	0.04	24	02	$]26-22]$
2.8	140	0.1	28	05	$]30-26]$
8.96	448	0.28	32	14	$]34-30]$
8.64	432	0.24	36	12	$]38-34]$
7.20	360	0.18	40	09	$]42-38]$
4.40	220	0.1	44	05	$]46-42]$
2.88	144	0.06	48	03	$]50-46]$
35.84	**1792**	**1**	**–**	**50**	$\mathbf{\Sigma}$

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i . c_i}{\sum n_i} = \frac{n_1 . c_1 + n_2 . c_2 + n_3 . c_3 + \cdots + n_k . c_k}{\sum n_i} = \frac{1792}{50} = 35.84$$

أو:

$$\bar{\mathbf{X}} = \sum_{i=1}^{k} f_i . c_i = f_1 . c_1 + f_2 . c_2 + f_3 . c_3 + \cdots + f_k . c_k = 35.84$$

الشرح:يقدر الحجم المتوسط للمبيعات بـ: 35.84. 10^3دج .

2– الطريقة غير المباشرة:

عندما تكون لدينا بيانات كبيرة القيم فإننا نستخدم طريقة غير مباشرة في حساب المتوسط الحسابي (طريقة الانحراف عن متوسط فرضي)، الغرض منها هو تصغير قيم البيانات من أجل تسهيل عملية حساب المتوسط الحسابي.

2–1– حساب المتوسط الحسابي من البيانات الأولية:

إذا كانت لدينا بيانات غير مبوبة أي في شكل سلسلة إحصائية، فإننا نتبع الخطوات التالية:

أ – نفترض قيمة ثابتة a تكون قريبة من القيم الأصلية وتتوسطها (نسميها متوسط فرضي).

ب – حساب الانحرافات بين قيم السلسلة والمتوسط الفرضي، أي: $d_i = (X_i - a)$

ج – حساب المتوسط الحسابي للقيم الجديدة، أي: $\bar{\mathbf{d}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} = \frac{d_1+d_2+d_3+\cdots+d_n}{n}$

د –حساب المتوسط الحسابي الأصلي حيث لدينا: $\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} = \frac{\Sigma(X_i-a)}{n} = \frac{\Sigma X_i - \Sigma a}{n} = \frac{\Sigma X_i}{n} - \frac{na}{n} = \bar{X} - a$

$\bar{d} = \bar{X} - a \Rightarrow \bar{X} = \bar{d} + a$

مثال:أوجد المتوسط الحسابي باستخدام الطريقة غير المباشرة للسلسلة التالية أين نفترض أن المتوسط الفرضي= 11؟

16، 9 ،12، 11 ، 8، 13، 14، 10، 15

$\mathbf{X_i}$	16	9	12	11	8	13	14	10	15	$\boldsymbol{\Sigma}$
$\mathbf{d_i = (X_i - a)}$	5	2-	1	0	3-	2	3	1-	4	9

– حساب المتوسط الحسابي للقيم الجديدة، أي: $\bar{\mathbf{d}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} = \frac{9}{9} = 1$

–حساب المتوسط الحسابي الأصلي: $\bar{X} = \bar{d} + a = 1 + 11 = 12$

2–2 حساب المتوسط الحسابي المرجح في حالة متغير كمي منفصل:

إذا كانت لدينا بيانات مبوبة في توزيع (جدول) تكراري على شكل قيم مفردة فإننا نتبع نفس الخطوات السابقة ولكن بوضع:

$$\bar{\mathbf{d}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.d_i}{\sum n_i} = \frac{n_1.d_1 + n_2.d_2 + n_3.d_3 + \cdots + n_k.d_k}{\sum n_i}$$

أو:

$$\bar{\mathbf{d}} = \sum_{i=1}^{k} f_i.d_i = f_1.d_1 + f_2.d_2 + f_3.d_3 + \cdots + f_k.d_k$$

و: $\bar{X} = \bar{d} + a$

مثال: يبين الجدول التالي عدد الأطفال في العائلة لعينة تتكون من 100 أسرة.

عدد الأطفال $\mathbf{X_i}$	1	2	3	4	5	$\boldsymbol{\Sigma}$
عدد الأسر $\mathbf{n_i}$	10	30	25	20	15	100

– أوجد المتوسط الحسابي باستخدام الطريقة غير المباشرة للتوزيع التالي أين نفترض أن المتوسط الفرضي=2؟

الحل:

عدد الأطفال $\mathbf{X_i}$	1	2	3	4	5	$\boldsymbol{\Sigma}$
عدد الأسر $\mathbf{n_i}$	10	30	25	20	15	100
$\mathbf{d_i = (X_i - a)}$	1-	0	1	2	3	-
$\mathbf{n_i.d_i}$	10-	0	25	40	45	100

- حساب المتوسط الحسابي للقيم الجديدة، أي: $\bar{\mathbf{d}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.d_i}{\sum n_i} = \frac{100}{100} = 1$

-حساب المتوسط الحسابي الأصلي: $\bar{X} = \bar{d} + a = 1 + 2 = 3$

3-2 حساب المتوسط الحسابي المرجح في حالة متغير كمي متصل:

إذا كانت لدينا بيانات مبوبة في توزيع (جدول) تكراري على شكل فئات فإننا نتبع نفس الخطوات السابقة ولكن بوضع:
$d_i = (c_i - a)$

و

$$\bar{\mathbf{d}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.d_i}{\sum n_i} = \frac{n_1.d_1 + n_2.d_2 + n_3.d_3 + \cdots + n_k.d_k}{\sum n_i}$$

أو:

$$\bar{\mathbf{d}} = \sum_{i=1}^{k} f_i.d_i = f_1.d_1 + f_2.d_2 + f_3.d_3 + \cdots + f_k.d_k$$

و: $\bar{X} = \bar{d} + a$

مثال: يبين الجدول التالي توزيع المصاريف اليومية (الوحدة:10دج) لعينة تتكون من 48 طالب.

المصاريف اليومية X_i	$]8-4]$	$]12-8]$	$]16-12]$	$]20-16]$	$]24-20]$	Σ
عدد الطلبة n_i	04	12	18	08	06	48

- أوجد المتوسط الحسابي باستخدام الطريقة غير المباشرة للتوزيع التالي أين نفترض أن المتوسط الفرضي=14؟

الحل:

المصاريف اليومية X_i	$]8-4]$	$]12-8]$	$]16-12]$	$]20-16]$	$]24-20]$	Σ
عدد الطلبة n_i	04	12	18	08	06	48
c_i	06	10	14	18	22	-
$d_i = (c_i - a)$	8-	4-	0	4	8	-
$n_i.d_i$	32-	48-	0	32	48	00

- حساب المتوسط الحسابي للقيم الجديدة، أي: $\bar{\mathbf{d}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.d_i}{\sum n_i} = \frac{00}{48} = 0$

-حساب المتوسط الحسابي الأصلي: $\bar{X} = \bar{d} + a = 0 + 14 = 14$

3- المتوسط الحسابي المرجح للأوساط الحسابية:

يستخدم المتوسط الحسابي المرجح لإيجاد المتوسط الحسابي لأكثر من مجموعة في حالة دمجهم معا في مجموعة واحدة، فإذا كانت مثلا لدينا مجموعة من n_1 من القيم متوسطها الحسابي $\overline{X}_1$ ،ومجموعة ثانية من n_2 من القيم متوسطها الحسابي $\overline{X}_2$ ، فإن المتوسط الحسابي للمجموعتين هو: $\overline{\mathbf{X}} = \frac{n_1.\overline{X}_1+n_2.\overline{X}_2}{n_1+n_2}$

مثال: يبين الجدول التالي عدد المزارع والمردودية المتوسطة من القمح في ثلاث ولايات بالجزائر للموسم الزراعي(2000-2001).

الولايات	**ولاية الجلفة**	**ولاية المسيلة**	**ولاية سطيف**
عدد المزارع n_i	10	15	25
المردودية المتوسطة(قنطار/هكتار) $\overline{X}_i$	12	15	16

- أحسب المردودية المتوسطة الكلية للولايات الثلاثة؟

الحل:

- حساب المردودية المتوسطة الكلية للولايات الثلاثة:

$$\overline{\mathbf{X}} = \frac{n_1.\overline{X}_1 + n_2.\overline{X}_2 + n_3.\overline{X}_3}{n_1 + n_2 + n_3} = \frac{10 \times 12 + 15 \times 15 + 25 \times 16}{10 + 15 + 25} = 14,9$$

3- خصائص المتوسط الحسابي:

أ- أكثر مقاييس النزعة المركزية استخداما.

ب- المتوسط الحسابي قابل للعمليات الجبرية أي يستعمل المتوسط الحسابي في حالة المتغيرات الكمية أي القابلة للقياس ولا يمكن حسابه بيانيا.

ج- لا يمكن حسابه في حالة البيانات المفتوحة من البداية أو النهاية (أقل من، أكثر من) لأنه يعتمد في حسابه على مراكز الفئات.

د- يتأثر المتوسط الحسابي بالقيم المتطرفة (القيم المتطرفة هي القيم الواقعة في طرفي مجال الدراسة).

مثلا :تتكون أسرة من 5 أفراد، تبلغ أعمارهم على الترتيب: 10 ،12 ، 50،40،13.

المتوسط الحسابي هو:

$$\overline{\mathbf{X}} == \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{10 + 11 + 13 + 49 + 50 + 4 + 5}{20} = \frac{125}{5} = 25$$

نلاحظ أن النتيجة المحصل عليها لا تمثل أي قيمة من القيم المدروسة، وبالتالي نستنتج أنه لا يمكن استعمال المتوسط الحسابي في مثل هذه الحالات، لأنه من المفروض أن تكون قيم المتغير الإحصائي متمركزة حول النتيجة المحصل عليها.

هـ- مجموع انحرافات (فروقات) القيم عن متوسطها الحسابي دوما يساوي دائما الصفرأي: $\sum(X_i - \overline{X}) = 0$

$$\sum(X_i-\overline{X})=\sum X_i-\sum\overline{X}=\sum X_i-n\overline{X}$$
$$\sum(X_i-\overline{X})=n\overline{X}-n\overline{X}=0$$

تدل هذه الخاصية على أن المتوسط الحسابي يقع في مركز البيانات.

و– مجموع مربع انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي أقل من مجموع مربعات انحراف نفس القيم عن أي قيمة أخرى، أي:

$\sum(X_i-\overline{X})^2<\sum(X_i-X_\alpha)^2$ حيث: $\overline{X}\neq X_\alpha$

تدل هذه الخاصية على أن المتوسط الحسابي أقرب إلى البيانات X_i من أي قيمة أخرى.

مثلا :إذا كانت لدينا القيم التالية:10،12،12،10،13.

– أثبت صحة الخاصيتين هـ، و،حيث نفترض أن النقطة المختارة هي: $X_\alpha=11$ ؟

الحل: إثبات صحة الخاصيتين هـ، و:

$$\overline{\mathbf{X}}=\frac{\sum_{i=1}^{5}X_i}{n}=\frac{10+12+12+10+13}{5}=\frac{57}{5}=11.4$$

القيم X_i	$(X_i-\overline{X})$	$(X_i-\overline{X})^2$	(X_i-X_α)	$(X_i-X_\alpha)^2$
10	-1.4	1.96	-1	1
12	0.6	0.36	1	1
12	0.6	0.36	1	1
10	-1.4	1.96	-1	1
13	1.6	2.56	2	4
$\sum X_i=57$	$\sum(X_i-\overline{X})=0$	$\sum(X_i-\overline{X})^2=7.2$	$\sum(X_i-X_\alpha)=2$	$\sum(X_i-X_\alpha)^2=8$

بالنسبة للخاصية الأولى نلاحظ من خلال الجدول أنها متحققة أي: $\sum(X_i-\overline{X})=0$،أما بالنسبة للخاصية الثانية فمن خلال مقارنة النتائج المتحصل عليها في الجدول أعلاه نجد: $7.2<8$ ينتج عن ذلك: $\sum(X_i-\overline{X})^2<\sum(X_i-X_\alpha)^2$،أي الخاصية متحققة.

ثانيا –المنوال (Mode) :

يعرف المنوال على أنه القيمة الأكثر تكرارا من بين مجمل القيم المعطاة، ويرمز له بـ: M_o ، ويعتبر المنوال أفضل مقياس لوصف البيانات النوعية (الكيفية).

1–حساب المنوال في حالة سلسلة إحصائية:

تختلف طرق حساب المنوال باختلاف طبيعة البيانات،حيث يمكن أن لا يوجد منوال للبيانات وذلك عندما لا تتكرر القيم أو تكررت بنفس التكرار (القيمة المتكررة)، وقد يكون للبيانات منوال واحد وذلك عندما تتكرر أحد القيم أكبر من البقية، كما يمكن أن يكون لها

منوالين وذلك إذا كان لقيمتين نفس التكرار وهو الأكبر، في حين يمكن أن يكون لها أكثر من منوالين.

مثال:لتكن لدينا السلاسل الاحصائية التالية:

8،10،13،11،15.

10،10،11،11،15،15.

7،5،5،6،4،9.

جيد،جيد جدا ،ضعيف،جيد،متوسط،جيد.

4،3،3،6،4،2.

11،10،15،10،15،11،12.

المطلوب: احسب المنوال لكل سلسلة من السلاسل التالية؟

الحل:

8،10،13،11،15.	هذه السلسلة ليس لها منوال لأن قيمها لم تتكرر.
10،10،11،11،15،15.	هذه السلسلة ليس لها منوال لأن قيمها تكررت بنفس التكرار.
7،5،5،6،4،9.	هذه السلسلة لها منوال واحد هو: $M_o = 5$ لأن القيمة 5 الأكثر تكرارا من غيرها.
جيد،جيد جدا ،ضعيف،جيد،متوسط،جيد.	هذه السلسلة لها منوال واحد هو: $M_o =$ جيد لأن هذا التقدير الأكثر تكرارا من غيره.
4،3،3،6،4،2.	هذه السلسلة لها منوالين هما: $M_{0_1} = 3$ و $M_{0_2} = 4$ لأن هاتين القيمتين لهما نفس التكرار وهو الأكبر.
11،10،15،10،15،11،12.	هذه السلسلة لها أكثر من منوالين هم: $M_{0_1} = 10$ و $M_{0_2} = 11$ و $M_{0_3} = 15$ لأن هذه القيم لها نفس التكرار وهو الأكبر.

2-حساب المنوال في حالة توزيع تكراري لمتغير إحصائي منفصل:

يستنتج مباشرة من جدول التوزيع التكراري، مع الإشارة إلى أنه يمكننا ألا نجد ولا منوال (توزيع عديم المنوال)، كما يمكننا أن نجد منوال واحد (توزيع أحادي المنوال)، في حين يمكننا أن نجد منوالين (توزيع ثنائي المنوال)، وأيضا يمكننا أن نجد أكثر من منوالين (توزيع متعدد المنوال)،لكن على العموم المنوال في هذه الحالة هو قيمة المتغير الاحصائي x_i المقابلة (المرافقة) لأكبر تكرار في جدول التوزيع التكراري.

مثال:الجدول التالي يوضح عدد الهواتف النقالة المملوكة من طرف 20 اسرة.

عدد الهواتف (قيم المتغير) X_i	عدد الأسر (التكرار) n_i
0	1
1	4
2	4
3	2
4	5
5	2
6	2
المجموع	$\sum n_i = \mathbf{20}$

المطلوب: أحسب المنوال؟

الحل:المنوال في هذا التوزيع هو: $M_o = 4$

الشرح:أغلبية الأسر تملك أربعة هواتف نقالة.

3- حساب المنوال في حالة توزيع تكراري لمتغير إحصائي متصل:

إذا كان لدينا جدول توزيع تكراري على شكل فئات فإننا نتبع الخطوات التالية لحساب المنوال:

- تحديد الفئة المنوالية : وهي الفئة التي تقابل أكبر تكرار عندما تكون أطوال الفئات متساوية، أو الفئة التي تقابل أكبر تكرار معدل عندما تكون أطوال الفئات غير متساوية.

- حساب المنوال بطريقة المد الداخلي:

$$M_o = L_{M_o} + \left[\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right).A_{M_o}\right]$$

حيث:

L_{M_o}: الحد الأدنى للفئة المنوالية.

Δ_1: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة السابقة لها.

Δ_2: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة اللاحقة لها.

A_{M_o}: طول الفئة المنوالية.

مثال:الجدول التالي يوضح حجم (قيمة) المبيعات لعينة من 50 تاجر (الوحدة: 10^3دج).

X_i	n_i
]26 – 22]	02
]30 – 26]	05
]34 – 30]	14
]38 – 34]	12
]42 – 38]	09
]46 – 42]	05
]50 – 46]	03
Σ	**50**

المطلوب: احسب المنوال؟

الحل:

بما أن أطوال الفئات متساوية فإن الفئة المنوالية هي:]34 – 30]

حيث أن: $L_{M_o} = 30$ ، $\Delta_1 = 14 - 5 = 9$ ، $\Delta_2 = 14 - 12 = 2$ ، $A_{M_o} = 34 - 30 = 4$.

وبالتالي فإن: $M_o = L_{M_o} + \left[\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right).A_{M_o}\right] = M_o = 30 + \left[\left(\frac{9}{9+2}\right).4\right] = 33{,}27$

الشرح:أغلبية التجار حجم مبيعاتهم يقدر بـ: 33,27. 10^3دج.

مثال:الجدول التالي يوضح توزيع 30 مصنعا لانتاج الاسمنت حسب الانتاج الشهري (بالطن) في الجزائر.

الانتاج الشهري (X_i)	**عدد المصانع** (n_i)
]120 – 100]	03
]140 – 120]	05
]160 – 140]	05
]180 – 160]	08
]200 – 180]	03

]240 – 200]	06
المجموع	30

المطلوب: احسب المنوال؟

الحل:

بما أن أطوال الفئات غير متساوية فإننا نقوم أولا بتصحيح أو تعديل التكرارات.

الانتاج الشهري (X_i)	عدد المصانع (n_i)	طول الفئة a_i	$\frac{a}{a_i}$	$\acute{n}_i = \frac{n_i}{a_i} \times a$
]120 – 100]	03	20	01	03
]140 – 120]	05	20	01	05
]160 – 140]	05	20	01	05
]180 – 160]	08	20	01	08
]200 – 180]	03	20	01	03
]240 – 200]	06	40	0.5	03
المجموع	30	–	–	–

الفئة المنوالية بعد التصحيح هي: [160 – 180[

حيث أن: $L_{M_o} = 160$ ، $\Delta_1 = 8 - 5 = 3$ ، $\Delta_2 = 8 - 3 = 5$ ، $A_{M_o} = 180 - 160 = 20$.

وبالتالي فإن: $M_o = L_{M_o} + \left[\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right).A_{M_o}\right] = M_o = 160 + \left[\left(\frac{3}{3+5}\right).20\right] = 167{,}5$

الشرح:أغلبية المصانع انتاجهم الشهري من الاسمنت يقدر بـ:167,5 طن.

4– تحديد المنوال بيانيا:

يحدد المنوال بيانيا بواسطة المدرج التكراري، وهذا بإتباع الخطوات التالية:

أ– نرسم المدرج التكراري للتوزيع.

ب– نصل بخط مستقيم رأس الحد الأعلى للفئة المنوالية برأس الحد الأعلى للفئة السابقة لها.

ج – نصل بخط مستقيم رأس الحد الأدنى للفئة المنوالية برأس الحد الأدنى للفئة اللاحقة لها.

د– من تقاطع الخطين السابقين نسقط عمودا على المحور الأفقي ونقطة تقاطعه مع المحور الأفقي تمثل تقديرا لقيمة المنوال بيانيا.

مثال: حدد قيمة المنوال بيانيا للمثال السابق المتعلق بتوزيع 30 مصنعا لانتاج الاسمنت حسب الانتاج الشهري (بالطن) في الجزائر؟

5– خصائص المنوال:

– أسهل مقاييس النزعة المركزية.

– لا يتأثر بالقيم المتطرفة وغير قابل للعمليات الجبرية.

– يمكن حسابه بيانيا.

– يمكن حسابه من جداول التوزيع التكراري المفتوحة.

– يعتبر أفضل المتوسطات لوصف الظواهر النوعية (الكيفية).

ثالثا –الوسيط (La Médiane):

الوسيط هو أحد مقاييس النزعة المركزية، والذي يعرف على أنه تلك القيمة التى تقسم البيانات المرتبة ترتيبا تصاعديا أو تنازليا إلى قسمين متساويين ونرمز له بالرمز M_e.

1– حساب الوسيط من البيانات الأولية (في حالة سلسلة إحصائية) وفي حالة متغير كمي منفصل :

لحساب الوسيط في هذه الحالة نتبع الخطوات التالية:

أ – ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا.

ب – إذا كان عدد البيانات n عددا فرديا فإن الوسيط هو قيمة المتغير الإحصائي التي رتبتها $\frac{n+1}{2}$ أي: $M_e = X_{(\frac{n+1}{2})}$.

ج – إذا كان عدد البيانات n عددا زوجيا فإن الوسيط هو متوسط قيمة المتغير الإحصائي التي رتبتها $\frac{n}{2}$ وقيمة المتغير الإحصائي التي رتبتها $\frac{n}{2}+1$ أي: $M_e = \frac{X_{(\frac{n}{2})}+X_{(\frac{n}{2}+1)}}{2}$.

مثال: أحسب الوسيط للسلسلتين الإحصائيتين التاليتين:

– السلسلة الأولى: **1، 4، 6، 1، 2، 1، 0، 4، 2، 1، 6، 4، 5، 2، 4، 3، 2، 3، 4، 5**.

– السلسلة الثانية: **16،09،10،07،05،15،08،11،13،15،06،11،14،12،13**.

الحل: أولا نقوم ترتيب بيانات السلسلتين ترتيبا تصاعديا.

– السلسلة الأولى: 0،1،1،1،1،2،2،2،2،3،3،4،4،4،4،4،5،5،6،6.

– السلسلة الثانية: 5،6،7،8،9،10،11،11،12،13،13،14،15،15،16.

– حساب الوسيط للسلسلة الأولى:

بما أن عدد n عددا زوجيا فإن: $3 = \frac{3+3}{2} = M_e = \frac{X_{(10)}+X_{(11)}}{2} = M_e = \frac{X_{(\frac{20}{2})}+X_{(\frac{20}{2}+1)}}{2} = \frac{X_{(\frac{n}{2})}+X_{(\frac{n}{2}+1)}}{2} = M_e$

الشرح: 50% من البيانات قيمها أقل من أو تساوي 3 بينما 50% الباقية من البيانات قيمها أكبر من أو تساوي 3.

– حساب الوسيط للسلسلة الثانية:

بما أن عدد البيانات n عددا فرديا فإن: $M_e = X_{(\frac{n+1}{2})} = X_{(\frac{15+1}{2})} = M_e = X_{(\frac{16}{2})} = M_e = X_{(8)} = 11$

الشرح: 50% من البيانات قيمها أقل من أو تساوي 11 بينما 50% الباقية من البيانات قيمها أكبر من أو تساوي 11.

2– حساب الوسيط في حالة متغير كمي متصل:

إذا كانت لدينا بيانات مبوبة في توزيع (جدول) تكراري على شكل فئات فإننا نتبع الخطوات التالية لحساب الوسيط:

1– نقوم بحساب التكرار التجميعي الصاعد سواء كان مطلق ($\mathbf{N_i^{\uparrow}}$) أو نسبي ($\mathbf{F_i^{\uparrow}}$) أو نسبي مئوي ($\mathbf{F_i^{\uparrow}\%}$).

2– نحدد رتبة الوسيط إما المطلقة والتي هي: ($\mathbf{\frac{n}{2}}$) أو النسبية والتي هي: ($\mathbf{0,5}$) أو النسبية المئوية والتي هي: ($\mathbf{50}$).

3– نحدد الفئة الوسيطية (الفئة التي ينتمي إليها الوسيط) وهي الفئة التي تكرارها التجميعي الصاعد يساوي رتبة الوسيط أو أعلى منها مباشرة أي: $\mathbf{N_{M_e}^{\uparrow} \geq \frac{n}{2}}$ أو $\mathbf{F_{M_e}^{\uparrow} \geq 0,5}$ أو $\mathbf{F_{M_e}^{\uparrow}\% \geq 50}$.

4– حساب الوسيط بالطرق التالية حسب طبيعة البينات المتاحة:

$$M_e = L_{M_e} + \left[\left(\frac{\frac{n}{2} - N_{M_{e-1}}^{\uparrow}}{n_{M_e}}\right) . A_{M_e}\right]$$

حيث:

L_{M_e}: الحد الأدنى للفئة الوسيطية.

$\frac{n}{2}$: الرتبة المطلقة للوسيط.

$N_{M_{e-1}}^{\uparrow}$: التكرار التجميعي المطلق الصاعد للفئة قبل الفئة الوسيطية.

n_{M_e}: التكرار المطلق للفئة الوسيطية.

A_{M_e}: طول الفئة الوسيطية.

أو:

$$M_e = L_{M_e} + \left[\left(\frac{0,5 - F_{M_{e-1}}^{\uparrow}}{f_{M_e}}\right) . A_{M_e}\right]$$

حيث:

L_{M_e}: الحد الأدنى للفئة الوسيطية.

0,5: الرتبة النسبية للوسيط.

$F_{M_{e-1}}^{\uparrow}$: التكرار التجميعي النسبي الصاعد للفئة قبل الفئة الوسيطية.

f_{M_e}: التكرار النسبي للفئة الوسيطية.

A_{M_e}: طول الفئة الوسيطية.

أو:

$$M_e = L_{M_e} + \left[\left(\frac{50 - F_{M_{e-1}}^{\uparrow}\%}{f_{M_{e\%}}}\right) . A_{M_e}\right]$$

حيث:

L_{M_e}: الحد الأدنى للفئة الوسيطية.

50: الرتبة النسبية المئوية للوسيط.

$F^{\uparrow}_{M_{e-1}}\%$: التكرار التجميعي النسبي المئوي الصاعد للفئة قبل الفئة الوسيطية.

$f_{M_{e\%}}$: التكرار النسبي المئوي للفئة الوسيطية.

A_{M_e}: طول الفئة الوسيطية.

مثال:الجدول التالي يوضح حجم (قيمة) المبيعات لعينة من 50 تاجر (الوحدة: 10^3دج).

X_i	n_i
]26 − 22]	02
]30 − 26]	05
]34 − 30]	14
]38 − 34]	12
]42 − 38]	09
]46 − 42]	05
]50 − 46]	03
Σ	**50**

المطلوب: احسب الوسيط؟

الحل: نقوم أولا بحساب التكرار التجميعي المطلق الصاعد ($N_i^{\uparrow}$) أو النسبي ($F_i^{\uparrow}$) أو النسبي المئوي ($F_i^{\uparrow}\%$).

X_i	n_i	f_i	$f_{i\%}$	$N_i^{\uparrow}$	$F_i^{\uparrow}$	$F_i^{\uparrow}\%$
]26 − 22]	02	0.04	4	02	0.04	4
]30 − 26]	05	0.1	10	07	0.14	14
]34 − 30]	14	0.28	28	21	0.42	42
]38 − 34]	12	0.24	24	33	0.66	66
]42 − 38]	09	0.18	18	42	0.84	84
]46 − 42]	05	0.1	10	47	0.94	94

100	1	50	6	0.06	03	]50 – 46]
−	−	−	**100**	**1**	**50**	**Σ**

– نحدد رتبة الوسيط مثلا التي هي: $(\frac{n}{2})$ حيث هذه الرتبة تساوي: $25 = \frac{50}{2} = \frac{n}{2}$.

– نحدد الفئة الوسيطية وهي الفئة التي تكرارها التجميعي الصاعد يساوي رتبة الوسيط أو أعلى منها مباشرة أي: $25 \geq 33$ أو $0,5 \geq 0,66$ أو $55 \geq 66$ ومنه الفئة الوسيطية هي:]34 – 38].

– حساب الوسيط بالطرق التالية:

$$M_e = L_{M_e} + \left[\left(\frac{\frac{n}{2} - N^{\uparrow}_{M_{e-1}}}{n_{M_e}}\right).A_{M_e}\right] = 34 + \left[\left(\frac{25-21}{12}\right).(38-34)\right] = 34 + \left[\left(\frac{25-21}{12}\right).(4)\right] = 35,33$$

$$M_e = L_{M_e} + \left[\left(\frac{0,5 - F^{\uparrow}_{M_{e-1}}}{f_{M_e}}\right).A_{M_e}\right] = 34 + \left[\left(\frac{0,5-0,42}{0,24}\right).(38-34)\right] = 34 + \left[\left(\frac{0,5-0,42}{0,24}\right).(4)\right] = 35,33$$

$$M_e = L_{M_e} + \left[\left(\frac{50 - F^{\uparrow}_{M_{e-1}}\%}{f_{M_{e\%}}}\right).A_{M_e}\right] = 34 + \left[\left(\frac{50-42}{24}\right).(38-34)\right] = 34 + \left[\left(\frac{50-42}{20}\right).(4)\right] = 35,33$$

الشرح: 50% من التجار حجم مبيعاتهم أقل من 35,33. 10^3دج بينما 50% الباقية من التجار حجم مبيعاتهم أكبر من 35,33. 10^3دج.

ملاحظة :الوسيط بيانيا هو نقطة التقاطع بين المنحنى المتجمع الصاعد والنازل ويكون ذلك من خلال إتباع الخطوات التالية:

1- رسم منحنى التكرار التجميعي الصاعد أو النازل.

2- نحدد رتبة الوسيط إما المطلقة والتي هي: $(\frac{n}{2})$ أو النسبية والتي هي: $(\mathbf{0,5})$ أو النسبية المئوية والتي هي: $(\mathbf{50})$ على محور التراتيب (محور العينات)، ثم رسم مستقيم أفقي ينطلق من رتبة الوسيط على محور العينات حتى يلامس منحنى التكرار التجميعي الصاعد أو النازل.

3- رسم مستقيم عمودي ينطلق من نقطة التماس السابقة وينتهي مع ملامسة المحور الأفقي (محور السينات)، حيث تعطي نقطة التماس مع محور السينات قيمة الوسيط.

4– خصائص الوسيط:

– لا يتأثر بالقيم المتطرفة وهو غير قابل للعمليات الجبرية.

– يمكن حسابه من جداول التوزيع التكراري المفتوحة.

– يمكن حسابه بيانيا.

– لا يدخل في حسابه جميع القيم ويتحدد بعدد البيانات وليس بقيمها.

رابعا :مشتقات (أشباه) الوسيط:

لقد رأينا سابقا أن الوسيط هو القيمة التي تقسم مجموع البيانات إلى قسمين متساويين، وما دام يمكن تقسيم بيانات أي ظاهرة إلى عدة أقسام متساوية فإنه يمكن التعامل مع القيم التي تقسم هذه البيانات بنفس طريقة التعامل مع الوسيط، ومشتقات (أشباه) الوسيط هي:

الربيعيات، العشيريات، المئويات.

1- الربيعيات (Les Quartiles):

1-1- تعريف الربيعيات:

وهي القيم الناتجة من تقسيم البيانات إلى أربع أقسام متساوية، ومنه يعرف الربيع i حيث: $i = (1,2,3)$ على أنه القسم الذي يمثل 25% من البيانات المرتبة تصاعديا ويرمز لها بالرمز Q_i، حيث يمكن التمييز بين:

1-1-1- الربيع الأول:

يسمى أيضا بالربيع الأدنى، حيث تقسم البيانات إلى 25% من القيم أقل من قيمة الربيع الأول و75% من القيم أكبر من قيمة الربيع الأول، ونرمز له بالرمز Q_1.

1-1-2- الربيع الثاني:

يسمى أيضا بالربيع الأوسط، حيث تقسم البيانات إلى 50% من القيم أقل من قيمة الربيع الثاني و50% من القيم أكبر من قيمة الربيع الثاني، ونرمز له بالرمز Q_2، ومنه نستنتج أن الربيع الثاني هو نفسه يعبر عن الوسيط.

1-1-3- الربيع الثالث:

يسمى أيضا بالربيع الأعلى، حيث تقسم البيانات إلى 75% من القيم أقل من قيمة الربيع الثالث و25% من القيم أكبر من قيمة الربيع الثالث، ونرمز له بالرمز Q_3.

1-2- حساب الربيعيات:

تختلف طرق حساب الربيعيات باختلاف طبيعة البيانات، حيث نميز بين:

1-2-1- حساب الربيعيات من البيانات الأولية (بيانات غير مبوبة) وفي حالة متغير كمي منفصل:

إذا كانت البيانات على شكل سلسلة إحصائية $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ أي بيانات غير مبوبة،نقوم أولا بترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا ثم نحسب قيمة الربيع i حسب الصيغة التالية: $Q_i = X_{\frac{i(n+1)}{4}}$.

- فإذا كانت رتبة الربيع i ألا وهي: $\frac{i(n+1)}{4}$ عبارة عن عدد طبيعي(دون فواصل) نأخذ قيمة المتغير الاحصائي مباشرة.

- أما إذا كانت رتبة الربيع i ألا وهي: $\frac{i(n+1)}{4}$ عبارة عن عدد غير طبيعي(مع فواصل) نأخذ متوسط القيمتين أي نأخذ متوسط تلك القيمة للمتغير الاحصائي والقيمة التي تليها مباشرة.

ومنه يمكن حساب الربيع الأول والربيع الثالث كما يلي:

– تحسب قيمة الربيع الأول حسب الصيغة التالية: $Q_1 = X_{\frac{(n+1)}{4}}$.

– تحسب قيمة الربيع الثالث حسب الصيغة التالية: $Q_3 = X_{\frac{3(n+1)}{4}}$.

مثال: أحسب كلا من الربيع الأول والربيع الثالث للسلسلتين الإحصائيتين التاليتين:

– السلسلة الأولى: **1، 4، 6، 1، 2، 1، 0، 4، 2، 1، 6، 4، 5، 1، 4، 3، 2، 3، 4، 5**.

– السلسلة الثانية: **16،09،10،07،05،15،08،11،13،15،06،11،14،12،13**.

الحل: أولا نقوم ترتيب بيانات السلسلتين ترتيبا تصاعديا.

– السلسلة الأولى: 0،1،1،1،1،1،2،2،2،3،3،4،4،4،4،4،5،5،6،6.

– السلسلة الثانية: 5،6،7،8،9،10،11،11،12،13،13،14،15،15،16.

– حساب الربيع الأول للسلسلة الأولى:

$$Q_1 = X_{\frac{(n+1)}{4}} = X_{\frac{(20+1)}{4}} = X_{5,25} = \frac{X_{(5)} + X_{(6)}}{2} = \frac{1+1}{2} = 1$$

الشرح: 25 % من البيانات قيمها أقل من أو تساوي 1 بينما 75 % الباقية من البيانات قيمها أكبر من أو تساوي 1.

– حساب الربيع الثالث للسلسلة الأولى:

$$Q_3 = X_{\frac{3(n+1)}{4}} = X_{\frac{3(20+1)}{4}} = X_{15,75} = \frac{X_{(15)} + X_{(16)}}{2} = \frac{4+4}{2} = 4$$

الشرح: 75 % من البيانات قيمها أقل من أو تساوي 4 بينما 25 % الباقية من البيانات قيمها أكبر من أو تساوي 4.

– حساب الربيع الأول للسلسلة الثانية:

$$Q_1 = X_{\frac{(n+1)}{4}} = X_{\frac{(15+1)}{4}} = X_4 = 8$$

الشرح: 25 % من البيانات قيمها أقل من أو تساوي 8 بينما 75 % الباقية من البيانات قيمها أكبر من أو تساوي 8.

– حساب الربيع الثالث للسلسلة الثانية:

$$Q_3 = X_{\frac{3(n+1)}{4}} = X_{\frac{3(15+1)}{4}} = X_{12} = 14$$

الشرح: 75 % من البيانات قيمها أقل من أو تساوي 14 بينما 25 % الباقية من البيانات قيمها أكبر من أو تساوي 14.

1-2-2- حساب الربيعيات في حالة متغير كمي متصل:

إذا كانت لدينا بيانات مبوبة في توزيع (جدول) تكراري على شكل فئات فإننا نتبع الخطوات التالية لحساب الربيع i :

1- نقوم بحساب التكرار التجميعي الصاعد سواء كان مطلق ($\mathbf{N_i^{\uparrow}}$) أو نسبي ($\mathbf{F_i^{\uparrow}}$) أو نسبي مئوي ($\mathbf{F_i^{\uparrow}\%}$).

2- نحدد رتبة الربيع i إما المطلقة والتي هي: ($\frac{\mathbf{i.n}}{\mathbf{4}}$) أو النسبية والتي هي: ($\mathbf{i.0,25}$) أو النسبية المئوية والتي هي: ($\mathbf{i.25}$).

3- نحدد الفئة الربيع i وهي الفئة التي تكرارها التجميعي الصاعد يساوي رتبة الربيع i أو أعلى منها مباشرة أي: $\mathbf{N_{Q_i}^{\uparrow} \geq \frac{i.n}{4}}$ أو $\mathbf{F_{Q_i}^{\uparrow} \geq i.0,25}$ أو $\mathbf{F_{Q_i}^{\uparrow}\% \geq i.25}$.

4- حساب الربيع i بالطرق التالية حسب طبيعة البينات المتاحة:

$$Q_i = L_{Q_i} + \left[\left(\frac{\frac{i.n}{4} - N^{\uparrow}_{Q_i-1}}{n_{Q_i}}\right).A_{Q_i}\right]$$

حيث:

L_{Q_i}: الحد الأدنى لفئة الربيع i.

$\frac{i.n}{4}$: الرتبة المطلقة للربيع i.

$N^{\uparrow}_{Q_i-1}$: التكرار التجميعي المطلق الصاعد للفئة قبل فئة الربيع i.

n_{Q_i}: التكرار المطلق لفئة الربيع i.

A_{Q_i}: طول فئة الربيع i.

أو:

$$Q_i = L_{Q_i} + \left[\left(\frac{i.0{,}25 - F^{\uparrow}_{Q_i-1}}{f_{Q_i}}\right).A_{Q_i}\right]$$

حيث:

L_{Q_i}: الحد الأدنى لفئة الربيع i.

$i.\ 0{,}25$: الرتبة النسبية للربيع i.

$F^{\uparrow}_{Q_i-1}$: التكرار التجميعي النسبي الصاعد للفئة قبل فئة الربيع i.

f_{Q_i}: التكرار النسبي لفئة الربيع i.

A_{Q_i}: طول فئة الربيع i.

أو:

$$Q_i = L_{Q_i} + \left[\left(\frac{i.25 - F^{\uparrow}_{Q_i-1}\%}{f_{Q_{i\%}}}\right).A_{Q_i}\right]$$

حيث:

L_{Q_i}: الحد الأدنى لفئة الربيع i.

$i.\ 25$: الرتبة النسبية المئوية للربيع i.

$F^{\uparrow}_{Q_i-1}\%$: التكرار التجميعي النسبي المئوي الصاعد للفئة قبل فئة الربيع i.

$f_{Q_{i\%}}$: التكرار النسبي المئوي لفئة الربيع i.

A_{Q_i}: طول فئة الربيع i.

ومنه يمكن حساب الربيع الأول والربيع الثالث بالطرق التالية حسب طبيعة البينات المتاحة:

- حساب الربيع الأول:

$$Q_1 = L_{Q_1} + \left[\left(\frac{\frac{n}{4} - N^{\uparrow}_{Q_1-1}}{n_{Q_1}}\right) . A_{Q_1}\right]$$

أو:

$$Q_1 = L_{Q_1} + \left[\left(\frac{0,25 - F^{\uparrow}_{Q_1-1}}{f_{Q_1}}\right) . A_{Q_1}\right]$$

أو:

$$Q_1 = L_{Q_1} + \left[\left(\frac{25 - F^{\uparrow}_{Q_1-1}\%}{f_{Q_1\%}}\right) . A_{Q_1}\right]$$

- حساب الربيع الثالث:

$$Q_3 = L_{Q_3} + \left[\left(\frac{\frac{3n}{4} - N^{\uparrow}_{Q_3-1}}{n_{Q_3}}\right) . A_{Q_3}\right]$$

أو:

$$Q_3 = L_{Q_3} + \left[\left(\frac{0,75 - F^{\uparrow}_{Q_3-1}}{f_{Q_3}}\right) . A_{Q_3}\right]$$

أو:

$$Q_3 = L_{Q_3} + \left[\left(\frac{75 - F^{\uparrow}_{Q_3-1}\%}{f_{Q_3\%}}\right) . A_{Q_3}\right]$$

مثال: الجدول التالي يوضح حجم (قيمة) المبيعات لعينة من 50 تاجر (الوحدة: 10^3دج).

X_i	n_i
$]26 - 22]$	02
$]30 - 26]$	05
$]34 - 30]$	14
$]38 - 34]$	12
$]42 - 38]$	09
$]46 - 42]$	05
$]50 - 46]$	03
Σ	**50**

المطلوب: احسب الربيع الأول والربيع الثالث؟

الحل: نقوم أولا بحساب التكرار التجميعي المطلق الصاعد ($N_i^{\uparrow}$) أو النسبي ($F_i^{\uparrow}$) أو النسبي المئوي ($F_i^{\uparrow}\%$).

X_i	n_i	f_i	$f_{i\%}$	$N_i^{\uparrow}$	$F_i^{\uparrow}$	$F_i^{\uparrow}\%$

$]26-22]$	02	0.04	4	02	0.04	4
$]30-26]$	05	0.1	10	07	0.14	14
$]34-30]$	14	0.28	28	21	0.42	42
$]38-34]$	12	0.24	24	33	0.66	66
$]42-38]$	09	0.18	18	42	0.84	84
$]46-42]$	05	0.1	10	47	0.94	94
$]50-46]$	03	0.06	6	50	1	100
Σ	**50**	**1**	**100**	−	−	−

– حساب الربيع الأول:

– نحدد رتبة الربيع الأول مثلا التي هي: $(\frac{n}{4})$ حيث هذه الرتبة تساوي: $\frac{n}{4}=\frac{50}{4}=12,25$.

– نحدد فئة الربيع الأول وهي الفئة التي تكرارها التجميعي الصاعد يساوي رتبة الربيع الأول أو أعلى منها مباشرة أي:

$12,25 \le 21$ أو $0,25 \le 0,42$ أو $25 \le 42$ ومنه فئة الربيع الأول هي: $[30-34[$.

– حساب الربيع الأول بالطرق التالية:

$$Q_1=L_{Q_1}+\left[\left(\frac{\frac{n}{4}-N^{\uparrow}_{Q_1-1}}{n_{Q_1}}\right).A_{Q_1}\right]=30+\left[\left(\frac{12,25-7}{14}\right).(34-30)\right]=30+\left[\left(\frac{12,25-7}{14}\right).(4)\right]=31,57$$

$$Q_1=L_{Q_1}+\left[\left(\frac{0,25-F^{\uparrow}_{Q_1-1}}{f_{Q_1}}\right).A_{Q_1}\right]=30+\left[\left(\frac{0,25-0,14}{0,28}\right).(34-30)\right]=30+\left[\left(\frac{0,25-0,14}{0,28}\right).(4)\right]=31,57$$

$$Q_1=L_{Q_1}+\left[\left(\frac{25-F^{\uparrow}_{Q_1-1}\%}{f_{Q_1\%}}\right).A_{Q_1}\right]=30+\left[\left(\frac{25-14}{28}\right).(34-30)\right]=30+\left[\left(\frac{25-14}{28}\right).(4)\right]=31,57$$

الشرح: 25% من التجار حجم مبيعاتهم أقل من $31,57$. 10^3دج بينما 75% الباقية من التجار حجم مبيعاتهم أكبر من $31,57$. 10^3دج.

– حساب الربيع الثالث:

– نحدد رتبة الربيع الثالث مثلا التي هي: $(\frac{3n}{4})$ حيث هذه الرتبة تساوي: $\frac{3n}{4}=\frac{3\times50}{4}=37,5$.

– نحدد فئة الربيع الثالث وهي الفئة التي تكرارها التجميعي الصاعد يساوي رتبة الربيع الثالث أو أعلى منها مباشرة أي:

$37,5 \le 42$ أو $0,75 \le 0,84$ أو $75 \le 84$ ومنه فئة الربيع الثالث هي: $[38-42[$.

– حساب الربيع الثالث بالطرق التالية:

$$Q_3=L_{Q_3}+\left[\left(\frac{\frac{3n}{4}-N^{\uparrow}_{Q_3-1}}{n_{Q_3}}\right).A_{Q_3}\right]=38+\left[\left(\frac{37,5-33}{9}\right).(42-38)\right]=38+\left[\left(\frac{37,5-33}{9}\right).(4)\right]=40$$

$$Q_3=L_{Q_3}+\left[\left(\frac{0,75-F^{\uparrow}_{Q_3-1}}{f_{Q_3}}\right).A_{Q_3}\right]=38+\left[\left(\frac{0,75-0,66}{0,18}\right).(42-38)\right]=38+\left[\left(\frac{0,75-0,66}{0,18}\right).(4)\right]=40$$

$$Q_3 = L_{Q_3} + \left[\left(\frac{75-F^{\uparrow}_{Q_{3-1}}\%}{f_{Q_{3\%}}}\right).A_{Q_3}\right] = 38 + \left[\left(\frac{75-66}{18}\right).(42-38)\right] = 38 + \left[\left(\frac{75-66}{18}\right).(4)\right] = 40$$

الشرح: 75 % من التجار حجم مبيعاتهم أقل من 40. 10^3دج بينما 25% الباقية من التجار حجم مبيعاتهم أكبر من 40. 10^3دج.

2- العشيريات (Les Deciles):

2-1- تعريف العشيريات:

وهي القيم الناتجة من تقسيم البيانات إلى عشرة أقسام متساوية، ومنه يعرف العشير i حيث: $i = (1,2,3,\dots,8,9)$ على أنه القسم الذي يمثل 10% من البيانات المرتبة تصاعديا ويرمز لها بالرمز D_i، حيث يمكن التمييز بين:

2-1-1- العشير الأول:

يسمى أيضا بالعشير الأدنى، حيث تقسم البيانات إلى 10% من القيم أقل من قيمة العشير الأول و90% من القيم أكبر من قيمة العشير الأول، ونرمز له بالرمز D_1.

2-1-2- العشير الخامس:

يسمى أيضا بالعشير الأوسط، حيث تقسم البيانات إلى 50% من القيم أقل من قيمة العشير الخامس و50% من القيم أكبر من قيمة العشير الخامس ، ونرمز له بالرمز D_5، ومنه نستنتج أن العشير الخامس هو نفسه يعبر عن الوسيط.

2-1-3- العشير التاسع:

يسمى أيضا بالعشير الأعلى، حيث تقسم البيانات إلى 90% من القيم أقل من قيمة العشير التاسع و10% من القيم أكبر من قيمة العشير التاسع ، ونرمز له بالرمز D_9.

2-2- حساب العشيريات:

تختلف طرق حساب العشيريات باختلاف طبيعة البيانات، حيث نميز بين:

2-2-1- حساب العشيريات من البيانات الأولية (بيانات غير مبوبة) وفي حالة متغير كمي منفصل:

إذا كانت البيانات على شكل سلسلة إحصائية $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ أي بيانات غير مبوبة،نقوم أولا بترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا ثم نحسب قيمة العشير i حسب الصيغة التالية: $D_i = X_{\frac{i(n+1)}{10}}$.

- فإذا كانت رتبة العشير i ألا وهي: $\frac{i(n+1)}{10}$ عبارة عن عدد طبيعي(دون فواصل) نأخذ قيمة المتغير الاحصائي مباشرة.
- أما إذا كانت رتبة العشير i ألا وهي: $\frac{i(n+1)}{10}$ عبارة عن عدد غير طبيعي(مع فواصل) نأخذ متوسط القيمتين أي نأخذ متوسط تلك القيمة للمتغير الاحصائي والقيمة التي تليها مباشرة.

ومنه مثلا يمكن حساب العشير الأول والعشير السادس كما يلي:

- تحسب قيمة العشير الأول حسب الصيغة التالية: $D_1 = X_{\frac{(n+1)}{10}}$.

– تحسب قيمة العشير السادس حسب الصيغة التالية: $D_6 = X_{\frac{6(n+1)}{10}}$.

مثال: أحسب كلا من العشير الثاني والعشير السادس للسلسلتين الإحصائيتين التاليتين:

– السلسلة الأولى: **1، 4، 6، 1، 2، 1، 0، 4، 2، 1، 6، 4، 5، 1، 4، 3، 2، 3، 4، 5**.

– السلسلة الثانية: **16،09،10،07،05،15،07،11،12،15،06،11،14،12،13**.

الحل:أولا نقوم ترتيب بيانات السلسلتين ترتيبا تصاعديا.

– السلسلة الأولى: 0،1،1،1،1،1،2،2،2،3،3،4،4،4،4،4،5،5،6،6.

– السلسلة الثانية: 5،6،7،7،9،10،11،11،12،12،13،14،15،15،16.

– حساب العشير الثاني للسلسلة الأولى:

$$D_2 = X_{\frac{2(n+1)}{10}} = X_{\frac{2(20+1)}{10}} = X_{4,2} = \frac{X_{(4)} + X_{(5)}}{2} = \frac{1+1}{2} = 1$$

الشرح: 20 % من البيانات قيمها أقل من أو تساوي 1 بينما 80 % الباقية من البيانات قيمها أكبر من أو تساوي 1.

– حساب العشير السادس للسلسلة الأولى:

$$D_6 = X_{\frac{6(n+1)}{10}} = X_{\frac{6(20+1)}{10}} = X_{12,6} = \frac{X_{(12)} + X_{(13)}}{2} = \frac{4+4}{2} = 4$$

الشرح: 60 % من البيانات قيمها أقل من أو تساوي 4 بينما 40 % الباقية من البيانات قيمها أكبر من أو تساوي 4.

– حساب العشير الثاني للسلسلة الثانية:

$$D_2 = X_{\frac{2(n+1)}{10}} = X_{\frac{2(15+1)}{10}} = X_{3,2} = \frac{X_{(3)} + X_{(4)}}{2} = \frac{7+7}{2} = 7$$

الشرح: 20 % من البيانات قيمها أقل من أو تساوي 7 بينما 80 % الباقية من البيانات قيمها أكبر من أو تساوي 7.

– حساب العشير السادس للسلسلة الثانية:

$$D_6 = X_{\frac{6(n+1)}{10}} = X_{\frac{6(15+1)}{10}} = X_{9,6} = \frac{X_{(9)} + X_{(10)}}{2} = \frac{12+12}{2} = 12$$

الشرح: 60 % من البيانات قيمها أقل من أو تساوي 12 بينما 40 % الباقية من البيانات قيمها أكبر من أو تساوي 12.

2-2-2- حساب العشيريات في حالة متغير كمي متصل:

إذا كانت لدينا بيانات مبوبة في توزيع (جدول) تكراري على شكل فئات فإننا نتبع الخطوات التالية لحساب العشير i :

1– نقوم بحساب التكرار التجميعي الصاعد سواء كان مطلق ($\mathbf{N_i^{\uparrow}}$) أو نسبي ($\mathbf{F_i^{\uparrow}}$) أو نسبي مئوي ($\mathbf{F_i^{\uparrow}\%}$).

2– نحدد رتبة العشير i إما المطلقة والتي هي: ($\frac{i.n}{10}$) أو النسبية والتي هي: ($\mathbf{i.\,0,10}$) أو النسبية المئوية والتي هي: ($\mathbf{i.\,10}$).

3– نحدد الفئة العشير i وهي الفئة التي تكرارها التجميعي الصاعد يساوي رتبة العشيرi أو أعلى منها مباشرة أي: $\mathbf{N_{D_i}^{\uparrow} \geq \frac{i.n}{10}}$

أو $\mathbf{F_{D_i}^{\uparrow} \geq i.\,0,10}$ أو $\mathbf{F_{D_i}^{\uparrow}\% \geq i.\,10}$.

4– حساب العشير i بالطرق التالية حسب طبيعة البينات المتاحة:

$$D_i = L_{D_i} + \left[\left(\frac{\frac{i.n}{10} - N^{\uparrow}_{D_i-1}}{n_{D_i}}\right).A_{D_i}\right]$$

حيث:

L_{D_i}: الحد الأدنى لفئة العشير i.

$\frac{i.n}{10}$: الرتبة المطلقة للعشير i.

$N^{\uparrow}_{D_i-1}$: التكرار التجميعي المطلق الصاعد للفئة قبل فئة العشير i.

n_{D_i}: التكرار المطلق لفئة العشير i.

A_{D_i}: طول فئة العشير i.

أو:

$$D_i = L_{D_i} + \left[\left(\frac{i.0{,}10 - F^{\uparrow}_{D_i-1}}{f_{D_i}}\right).A_{D_i}\right]$$

حيث:

L_{D_i}: الحد الأدنى لفئة العشير i.

$i.\ 0{,}10$: الرتبة النسبية للعشير i.

$F^{\uparrow}_{D_i-1}$: التكرار التجميعي النسبي الصاعد للفئة قبل فئة العشير i.

f_{D_i}: التكرار النسبي لفئة العشير i.

A_{D_i}: طول فئة العشير i.

أو:

$$D_i = L_{D_i} + \left[\left(\frac{i.10 - F^{\uparrow}_{D_i-1}\%}{f_{D_{i\%}}}\right).A_{D_i}\right]$$

حيث:

L_{D_i}: الحد الأدنى لفئة العشير i.

$i.\ 10$: الرتبة النسبية المئوية للعشير i.

$F^{\uparrow}_{D_i-1}\%$: التكرار التجميعي النسبي المئوي الصاعد للفئة قبل فئة العشير i.

$f_{D_{i\%}}$: التكرار النسبي المئوي لفئة العشير i.

A_{D_i}: طول فئة العشير i.

ومنه مثلا يمكن حساب العشير الثالث والعشير التاسع بالطرق التالية حسب طبيعة البينات المتاحة:

- حساب العشير الثالث:

$$D_3 = L_{D_3} + \left[\left(\frac{\frac{3n}{10} - N^{\uparrow}_{D_3-1}}{n_{D_3}}\right).A_{D_3}\right]$$

أو:

$$D_3 = L_{D_3} + \left[\left(\frac{0{,}30 - F^{\uparrow}_{D_3-1}}{f_{D_3}}\right).A_{D_3}\right]$$

أو:

$$D_3 = L_{D_3} + \left[\left(\frac{30 - F^{\uparrow}_{D_3-1}\%}{f_{D_3\%}}\right).A_{D_3}\right]$$

– حساب العشير التاسع:

$$D_9 = L_{D_9} + \left[\left(\frac{\frac{9n}{10} - N^{\uparrow}_{D_9-1}}{n_{D_9}}\right).A_{D_9}\right]$$

أو:

$$D_9 = L_{D_9} + \left[\left(\frac{0{,}90 - F^{\uparrow}_{D_9-1}}{f_{D_9}}\right).A_{D_9}\right]$$

أو:

$$D_9 = L_{D_9} + \left[\left(\frac{90 - F^{\uparrow}_{D_9-1}\%}{f_{D_9\%}}\right).A_{D_9}\right]$$

مثال:الجدول التالي يوضح حجم (قيمة) المبيعات لعينة من 50 تاجر (الوحدة: 10^3دج).

X_i	n_i
]26 – 22]	02
]30 – 26]	05
]34 – 30]	14
]38 – 34]	12
]42 – 38]	09
]46 – 42]	05
]50 – 46]	03
Σ	**50**

المطلوب: احسب العشير الثالث والعشير التاسع؟

الحل: نقوم أولا بحساب التكرار التجميعي المطلق الصاعد ($N_i^{\uparrow}$) أو النسبي ($F_i^{\uparrow}$) أو النسبي المئوي ($F_i^{\uparrow}\%$).

X_i	n_i	f_i	$f_{i\%}$	$N_i^{\uparrow}$	$F_i^{\uparrow}$	$F_i^{\uparrow}\%$
]26 – 22]	02	0.04	4	02	0.04	4

14	0.14	07	10	0.1	05	]30 − 26]
42	0.42	21	28	0.28	14	]34 − 30]
66	0.66	33	24	0.24	12	]38 − 34]
84	0.84	42	18	0.18	09	]42 − 38]
94	0.94	47	10	0.1	05	]46 − 42]
100	1	50	6	0.06	03	]50 − 46]
−	**−**	**−**	**100**	**1**	**50**	**Σ**

– حساب العشير الثالث:

– نحدد رتبة العشير الثالث مثلا التي هي: $(\frac{3n}{10})$ حيث هذه الرتبة تساوي: $\frac{3n}{10} = \frac{3\times 50}{10} = 15$.

– نحدد فئة العشير الثالث وهي الفئة التي تكرارها التجميعي الصاعد يساوي رتبة العشير الثالث أو أعلى منها مباشرة أي:

$15 \geq 21$ أو $0,30 \geq 0,42$ أو $30 \geq 42$ ومنه فئة العشير الثالث هي:[30 − 34[.

– حساب العشير الثالث بالطرق التالية:

$$D_3 = L_{D_3} + \left[\left(\frac{\frac{3n}{10} - N^{\uparrow}_{D_{3-1}}}{n_{D_3}}\right).A_{D_3}\right] = 30 + \left[\left(\frac{15-7}{14}\right).(34-30)\right] = 30 + \left[\left(\frac{15-7}{14}\right).(4)\right] = 32,29$$

$$D_3 = L_{D_3} + \left[\left(\frac{0,30 - F^{\uparrow}_{D_{3-1}}}{f_{D_3}}\right).A_{D_3}\right] = 30 + \left[\left(\frac{0,3-0,14}{0,28}\right).(34-30)\right] = 30 + \left[\left(\frac{0,3-0,14}{0,28}\right).(4)\right] = 32,29$$

$$D_3 = L_{D_3} + \left[\left(\frac{30 - F^{\uparrow}_{D_{3-1}}\%}{f_{D_{3\%}}}\right).A_{D_3}\right] = 30 + \left[\left(\frac{30-14}{28}\right).(34-30)\right] = 30 + \left[\left(\frac{30-14}{28}\right).(4)\right] = 32,29$$

الشرح: 30% من التجار حجم مبيعاتهم أقل من 32,29. 10^3دج بينما 70% الباقية من التجار حجم مبيعاتهم أكبر من 32,29. 10^3دج.

– حساب العشير التاسع:

– نحدد رتبة العشير التاسع مثلا التي هي: $(\frac{9n}{10})$ حيث هذه الرتبة تساوي: $\frac{9n}{10} = \frac{9\times 50}{10} = 45$.

– نحدد فئة العشير التاسع وهي الفئة التي تكرارها التجميعي الصاعد يساوي رتبة العشير التاسع أو أعلى منها مباشرة أي:

$45 \geq 47$ أو $0,90 \geq 0,94$ أو $90 \geq 94$ ومنه فئة العشير التاسع هي:[42 − 46[.

– حساب العشير التاسع بالطرق التالية:

$$D_9 = L_{D_9} + \left[\left(\frac{\frac{9n}{10} - N^{\uparrow}_{D_{9-1}}}{n_{D_9}}\right).A_{D_9}\right] = 42 + \left[\left(\frac{45-42}{5}\right).(46-42)\right] = 42 + \left[\left(\frac{45-42}{5}\right).(4)\right] = 44,4$$

$$D_9 = L_{D_9} + \left[\left(\frac{0,90 - F^{\uparrow}_{D_{9-1}}}{f_{D_9}}\right).A_{D_9}\right] = 42 + \left[\left(\frac{0,90-0,84}{0,1}\right).(46-42)\right] = 42 + \left[\left(\frac{0,90-0,84}{0,1}\right).(4)\right] = 44,4$$

$$D_9 = L_{D_9} + \left[\left(\frac{90-F^{\uparrow}_{D_{9-1}}\%}{f_{D_9\%}}\right).A_{D_9}\right] = 42 + \left[\left(\frac{90-84}{10}\right).(46-42)\right] = 42 + \left[\left(\frac{90-84}{10}\right).(4)\right] = 44{,}4$$

الشرح: 90 % من التجار حجم مبيعاتهم أقل من 44,4 . 10^3دج بينما 10% الباقية من التجار حجم مبيعاتهم أكبر من 44,4 . 10^3دج.

3– المئويات (Les Percentiles):

3–1– تعريف المئويات:

وهي القيم الناتجة من تقسيم البيانات إلى مائة قسم متساوى، ومنه يعرف المئوي i حيث: $i = (1,2,3,\ldots,98,99)$ على أنه القسم الذي يمثل 1% من البيانات المرتبة تصاعديا ويرمز لها بالرمز C_i، حيث يمكن التمييز بين:

3–1–1– المئوي الأول:

يسمى أيضا بالمئوي الأدنى، حيث تقسم البيانات إلى 1% من القيم أقل من قيمة المئوي الأول و99% من القيم أكبر من قيمة المئوي الأول، ونرمز له بالرمز C_1.

3–1–2– المئوي الخمسون:

يسمى أيضا بالمئوي الأوسط، حيث تقسم البيانات إلى 50% من القيم أقل من قيمة المئوي الخمسون و50% من القيم أكبر من قيمة المئوي الخمسون، ونرمز له بالرمز C_{50}، ومنه نستنتج أن المئوي الخمسون هو نفسه يعبر عن الوسيط.

3–1–3– المئوي التاسع والتسعون:

يسمى أيضا بالمئوي الأعلى، حيث تقسم البيانات إلى 99% من القيم أقل من قيمة المئوي التاسع والتسعون و1% من القيم أكبر من قيمة المئوي التاسع والتسعون، ونرمز له بالرمز C_{99}.

3–2– حساب المئويات:

تختلف طرق حساب المئويات باختلاف طبيعة البيانات، حيث نميز بين:

3–2–1– حساب المئويات من البيانات الأولية (بيانات غير مبوبة) وفي حالة متغير كمي منفصل:

إذا كانت البيانات على شكل سلسلة إحصائية $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ أي بيانات غير مبوبة،نقوم أولا بترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا ثم نحسب قيمة المئوي i حسب الصيغة التالية: $C_i = X_{\frac{i(n+1)}{100}}$.

– فإذا كانت رتبة المئوي i ألا وهي: $\frac{i(n+1)}{100}$ عبارة عن عدد طبيعي(دون فواصل) نأخذ قيمة المتغير الاحصائي مباشرة.

– أما إذا كانت رتبة المئوي i ألا وهي: $\frac{i(n+1)}{100}$ عبارة عن عدد غير طبيعي(مع فواصل) نأخذ متوسط القيمتين أي نأخذ متوسط تلك القيمة للمتغير الاحصائي والقيمة التي تليها مباشرة.

ومنه مثلا يمكن حساب المئوي الأول والمئوي الثاني والسبعون كما يلي:

– تحسب قيمة المئوي الأول حسب الصيغة التالية: $C_1 = X_{\frac{(n+1)}{100}}$.

– تحسب قيمة المئوي الثاني والسبعون حسب الصيغة التالية: $C_{72} = X_{\frac{72(n+1)}{100}}$.

مثال: أحسب كلا من المئوي السابع عشر والمئوي الرابع والستون للسلسلتين الإحصائيتين التاليتين:

– السلسلة الأولى: **1، 4، 6، 1، 2، 1، 0، 4، 2، 1، 6، 4، 5، 1، 4، 3، 2، 3، 4، 5**.

– السلسلة الثانية: **16،09،10،07،05،15،07،11،12،15،05،11،14،12،14**.

الحل:أولا نقوم ترتيب بيانات السلسلتين ترتيبا تصاعديا.

– السلسلة الأولى: 0،1،1،1،1،1،2،2،2،3،3،4،4،4،4،4،5،5،6،6.

– السلسلة الثانية: 5،5،7،7،9،10،11،11،12،12،14،14،15،15،16.

– حساب المئوي السابع عشر للسلسلة الأولى:

$$C_{17} = X_{\frac{17(n+1)}{100}} = X_{\frac{17(20+1)}{100}} = X_{3,57} = \frac{X_{(3)} + X_{(4)}}{2} = \frac{1+1}{2} = 1$$

الشرح: 17 % من البيانات قيمها أقل من أو تساوي 1 بينما 83 % الباقية من البيانات قيمها أكبر من أو تساوي 1.

– حساب المئوي الرابع والستون للسلسلة الأولى:

$$C_{64} = X_{\frac{64(n+1)}{100}} = X_{\frac{64(20+1)}{100}} = X_{13,44} = \frac{X_{(13)} + X_{(14)}}{2} = \frac{4+4}{2} = 4$$

الشرح: 64 % من البيانات قيمها أقل من أو تساوي 4 بينما 36 % الباقية من البيانات قيمها أكبر من أو تساوي 4.

– حساب السابع عشر للسلسلة الثانية:

$$C_{17} = X_{\frac{17(n+1)}{100}} = X_{\frac{17(15+1)}{100}} = X_{2,72} = \frac{X_{(2)} + X_{(3)}}{2} = \frac{5+7}{2} = 6$$

الشرح: 17 % من البيانات قيمها أقل من أو تساوي 6 بينما 83 % الباقية من البيانات قيمها أكبر من أو تساوي 6.

– حساب المئوي الرابع والستون للسلسلة الثانية:

$$C_{64} = X_{\frac{64(n+1)}{100}} = X_{\frac{64(15+1)}{100}} = X_{10,24} = \frac{X_{(10)} + X_{(11)}}{2} = \frac{12+14}{2} = 13$$

الشرح: 64 % من البيانات قيمها أقل من أو تساوي 13 بينما 36 % الباقية من البيانات قيمها أكبر من أو تساوي 13.

3–2–2– حساب المئويات في حالة متغير كمي متصل:

إذا كانت لدينا بيانات مبوبة في توزيع (جدول) تكراري على شكل فئات فإننا نتبع الخطوات التالية لحساب المئوي i :

1– نقوم بحساب التكرار التجميعي الصاعد سواء كان مطلق ($\mathbf{N_i^{\uparrow}}$) أو نسبي ($\mathbf{F_i^{\uparrow}}$) أو نسبي مئوي ($\mathbf{F_i^{\uparrow}\%}$).

2– نحدد رتبة المئوي i إما المطلقة والتي هي: ($\frac{\mathbf{i.n}}{\mathbf{100}}$) أو النسبية والتي هي: ($\mathbf{i.0,01}$) أو النسبية المئوية والتي هي: ($\mathbf{i}$).

3– نحدد الفئة المئوي i وهي الفئة التي تكرارها التجميعي الصاعد يساوي رتبة المئوي i أو أعلى منها مباشرة أي: $\mathbf{N_{C_i}^{\uparrow}} \geq \frac{\mathbf{i.n}}{\mathbf{100}}$ أو $\mathbf{F_{C_i}^{\uparrow}} \geq \mathbf{i.0,01}$ أو $\mathbf{F_{C_i}^{\uparrow}\%} \geq \mathbf{i}$.

4– حساب المئوي i بالطرق التالية حسب طبيعة البينات المتاحة:

$$C_i = L_{C_i} + \left[\left(\frac{\frac{i.n}{100} - N^{\uparrow}_{C_i-1}}{n_{C_i}}\right).A_{C_i}\right]$$

حيث:

L_{C_i}: الحد الأدنى لفئة المئوي i.

$\frac{i.n}{100}$: الرتبة المطلقة للمئوي i.

$N^{\uparrow}_{C_i-1}$: التكرار التجميعي المطلق الصاعد للفئة قبل فئة المئوي i.

n_{C_i}: التكرار المطلق لفئة المئوي i.

A_{C_i}: طول فئة المئوي i.

أو:

$$C_i = L_{C_i} + \left[\left(\frac{i.0{,}01 - F^{\uparrow}_{C_i-1}}{f_{C_i}}\right).A_{C_i}\right]$$

حيث:

L_{C_i}: الحد الأدنى لفئة المئوي i.

$i.\,0{,}01$: الرتبة النسبية للمئوي i.

$F^{\uparrow}_{C_i-1}$: التكرار التجميعي النسبي الصاعد للفئة قبل فئة المئوي i.

f_{C_i}: التكرار النسبي لفئة المئوي i.

A_{C_i}: طول فئة المئوي i.

أو:

$$C_i = L_{C_i} + \left[\left(\frac{i - F^{\uparrow}_{C_i-1}\%}{f_{C_{i\%}}}\right).A_{C_i}\right]$$

حيث:

L_{C_i}: الحد الأدنى لفئة المئوي i.

i: الرتبة النسبية المئوية للمئوي i.

$F^{\uparrow}_{C_i-1}\%$: التكرار التجميعي النسبي المئوي الصاعد للفئة قبل فئة المئوي i.

$f_{C_{i\%}}$: التكرار النسبي المئوي لفئة المئوي i.

A_{C_i}: طول فئة المئوي i.

ومنه مثلا يمكن حساب المئوي السابع والعشرون والمئوي الثالث والخمسون بالطرق التالية حسب طبيعة البينات المتاحة:

- حساب المئوي السابع والعشرون:

$$C_{27} = L_{C_{27}} + \left[\left(\frac{\frac{27n}{100} - N^{\uparrow}_{C_{27}-1}}{n_{C_{27}}}\right).A_{C_{27}}\right]$$

أو:

$$C_{27} = L_{C_{27}} + \left[\left(\frac{0,27 - F^{\uparrow}_{C_{27-1}}}{f_{C_{27}}}\right).A_{C_{27}}\right]$$

أو:

$$C_{27} = L_{C_{27}} + \left[\left(\frac{27 - F^{\uparrow}_{C_{27-1}}\%}{f_{C_{27\%}}}\right).A_{C_{27}}\right]$$

– حساب المئوي الثالث والخمسون:

$$C_{53} = L_{C_{53}} + \left[\left(\frac{\frac{53n}{100} - N^{\uparrow}_{C_{53-1}}}{n_{C_{53}}}\right).A_{C_{53}}\right]$$

أو:

$$C_{53} = L_{C_{53}} + \left[\left(\frac{0,53 - F^{\uparrow}_{C_{53-1}}}{f_{C_{53}}}\right).A_{C_{53}}\right]$$

أو:

$$C_{53} = L_{C_{53}} + \left[\left(\frac{53 - F^{\uparrow}_{C_{53-1}}\%}{f_{C_{53\%}}}\right).A_{C_{53}}\right]$$

مثال: الجدول التالي يوضح حجم (قيمة) المبيعات لعينة من 50 تاجر (الوحدة: 10^3دج).

X_i	n_i
$]26 - 22]$	02
$]30 - 26]$	05
$]34 - 30]$	14
$]38 - 34]$	12
$]42 - 38]$	09
$]46 - 42]$	05
$]50 - 46]$	03
Σ	**50**

المطلوب: احسب المئوي السابع والعشرون والمئوي الثالث والخمسون؟

الحل: نقوم أولا بحساب التكرار التجميعي المطلق الصاعد ($N_i^{\uparrow}$) أو النسبي ($F_i^{\uparrow}$) أو النسبي المئوي ($F_i^{\uparrow}\%$).

X_i	n_i	f_i	$f_{i\%}$	$N_i^{\uparrow}$	$F_i^{\uparrow}$	$F_i^{\uparrow}\%$
$]26 - 22]$	02	0.04	4	02	0.04	4

]30 − 26]	05	0.1	10	07	0.14	14
]34 − 30]	14	0.28	28	21	0.42	42
]38 − 34]	12	0.24	24	33	0.66	66
]42 − 38]	09	0.18	18	42	0.84	84
]46 − 42]	05	0.1	10	47	0.94	94
]50 − 46]	03	0.06	6	50	1	100
Σ	**50**	**1**	**100**	−	−	−

– حساب المئوي السابع والعشرون:

– نحدد رتبة المئوي السابع والعشرون مثلا التي هي: $(\frac{27n}{100})$ حيث هذه الرتبة تساوي: $\frac{27n}{100} = \frac{27\times50}{100} = 13{,}5$.

– نحدد فئة المئوي السابع والعشرون وهي الفئة التي تكرارها التجميعي الصاعد يساوي رتبة المئوي السابع والعشرون أو أعلى منها مباشرة أي: $13{,}5 \leq 21$ أو $0{,}27 \leq 0{,}42$ أو $27 \leq 42$ ومنه فئة المئوي السابع والعشرون هي:]30 − 34[.

– حساب المئوي السابع والعشرون بالطرق التالية:

$$C_{27} = L_{C_{27}} + \left[\left(\frac{\frac{27n}{100} - N^{\uparrow}_{C_{27-1}}}{n_{C_{27}}}\right).A_{C_{27}}\right] = 30 + \left[\left(\frac{13{,}5-7}{14}\right).(34-30)\right] = 30 + \left[\left(\frac{13{,}5-7}{14}\right).(4)\right] = 31{,}86$$

$$C_{27} = L_{C_{27}} + \left[\left(\frac{0{,}27 - F^{\uparrow}_{C_{27-1}}}{f_{C_{27}}}\right).A_{C_{27}}\right] = 30 + \left[\left(\frac{0{,}27-0{,}14}{0{,}28}\right).(34-30)\right] = 30 + \left[\left(\frac{0{,}27-0{,}14}{0{,}28}\right).(4)\right] = 31{,}86$$

$$C_{27} = L_{C_{27}} + \left[\left(\frac{27 - F^{\uparrow}_{C_{27-1}}\%}{f_{C_{27\%}}}\right).A_{C_{27}}\right] = 30 + \left[\left(\frac{27-14}{28}\right).(34-30)\right] = 30 + \left[\left(\frac{27-14}{28}\right).(4)\right] = 31{,}86$$

الشرح: 27% من التجار حجم مبيعاتهم أقل من 31,86. 10^3دج بينما 73% الباقية من التجار حجم مبيعاتهم أكبر من 31,86. 10^3دج.

– حساب المئوي الثالث والخمسون:

– نحدد رتبة المئوي الثالث والخمسون مثلا التي هي: $(\frac{53n}{100})$ حيث هذه الرتبة تساوي: $\frac{53n}{100} = \frac{53\times50}{100} = 26{,}5$.

– نحدد فئة المئوي الثالث والخمسون وهي الفئة التي تكرارها التجميعي الصاعد يساوي رتبة المئوي الثالث والخمسون أو أعلى منها مباشرة أي: $26{,}5 \leq 33$ أو $0{,}53 \leq 0{,}66$ أو $53 \leq 66$ ومنه فئة المئوي الثالث والخمسون هي:]34 − 38[.

– حساب المئوي الثالث والخمسون بالطرق التالية:

$$C_{53} = L_{C_{53}} + \left[\left(\frac{\frac{53n}{100} - N^{\uparrow}_{C_{53-1}}}{n_{C_{53}}}\right).A_{C_{53}}\right] = 34 + \left[\left(\frac{26{,}5-21}{12}\right).(38-34)\right] = 34 + \left[\left(\frac{26{,}5-21}{12}\right).(4)\right] = 35{,}83$$

$$C_{53} = L_{C_{53}} + \left[\left(\frac{0{,}53 - F^{\uparrow}_{C_{53-1}}}{f_{C_{53}}}\right).A_{C_{53}}\right] = 34 + \left[\left(\frac{0{,}53-0{,}42}{0{,}24}\right).(38-34)\right] = 34 + \left[\left(\frac{0{,}53-0{,}42}{0{,}24}\right).(4)\right] = 35{,}83$$

$$C_{53}=L_{C_{53}}+\left[\left(\frac{53-F\,^{\uparrow}_{C_{53-1}}\%}{f_{C_{53\%}}}\right).A_{C_{53}}\right]=34+\left[\left(\frac{53-42}{24}\right).(38-34)\right]=34+\left[\left(\frac{53-42}{24}\right).(4)\right]=35,83$$

الشرح: 53 % من التجار حجم مبيعاتهم أقل من 35,83. 10^3دج بينما 47% الباقية من التجار حجم مبيعاتهم أكبر من 35,83. 10^3دج.

خامسا –مشتقات المتوسط الحسابي:

بالإضافة إلى المتوسط الحسابي $\overline{X}$ الذي يحسب بطريقة معينة هناك متوسطات أخرى من نفس درجة الدقة للمتوسط الحسابي، إلا أنها تحسب بطرق متميزة لأن سلسلة البيانات ليس لها نفس الطبيعة في حالة المتوسط الحسابي.

1– المتوسط الهندسي (La Moyenne Géométrique) :

في عدة حالات تكون قيم الظاهرة المدروسة عبارة عن نسب أو معدلات، وإذا أردنا دراسة معدل تغيّر هذه الظاهرة ، فإن المتوسط الحسابي لا يصف هذه الظاهرة وصفا سليما ولا يعطي أي فكرة صحيحة عن هذه الظواهر، لهذا دعت الضرورة إلى إيجاد متوسط آخر يصلح لوصف هذه الظواهر يسمى المتوسط الهندسي، ففي المجال الاقتصادي يستعمل المتوسط الهندسي لحساب المعدلات مثل:معدل الفائدة، معدل نمو السكان، متوسط نسبة النمو الاقتصادي لعدة سنوات، الأرقام القياسية...إلخ.

1–1– تعريف المتوسط الهندسي:

المتوسط الهندسي عبارة عن نوع من المتوسطات أو المعدّلات التي تقيس النزعة المركزية أو القيمة النموذجية لمجموعة البيانات ويرمز له بالرمز $\overline{X}_G$،حيث يستخدم هذا المتوسط لوصف ظاهرة حسب نسبة تغيرها، وخصوصا عندما يكون سلوك الظاهرة يتبع نمط المتتالية الهندسية،أين يتم حسابه عن طريق الجذر النوني لجداء القيم x_i أوc_i.

1–2– حساب المتوسط الهندسي:

تختلف طرق حساب المتوسط الهندسي باختلاف طبيعة البيانات، حيث نميز بين:

1–2–1– حساب المتوسط الهندسي من البيانات الأولية (بيانات غير مبوبة):

إذا كانت بيانات السلسلة الإحصائية $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ تتزايد من الناحية الرياضية على شكل متتالية هندسية، فنحسب المتوسط الهندسي على هذه السلسلة بالطريقة التالية:

$$\overline{X}_G=\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}x_i}=\sqrt[n]{x_1\times x_2\times x_3\times\dots\times x_n}=(x_1\times x_2\times x_3\times\dots\times x_n)^{\frac{1}{n}}$$

ملاحظة: تسهيلا للحسابات في حالة ما إذا كان عدد بيانات السلسلة كبير جدا أو في حالة ما إذا كانت قيم البيانات ضخمة، يفضل استخدام اللوغاريتم العشري للبيانات كالتالي:

$$\overline{X}_G=\sqrt[n]{x_1\times x_2\times x_3\times\dots\times x_n}=(x_1\times x_2\times x_3\times\dots\times x_n)^{\frac{1}{n}}$$

بإدخال اللوغاريتم على الطرفين نتحصل على:

$$\log\overline{X}_G=\frac{1}{n}\log(x_1\times x_2\times x_3\times\dots\times x_n)=\frac{1}{n}(\log x_1+\log x_2+\log x_3+\dots+\log x_n)=\frac{1}{n}.\sum_{i=1}^{n}\log x_i$$

ومنه تصبح صيغة المتوسط الهندسي كما يلي:

$$\overline{X}_G = 10^{\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}\log x_i}$$

ملاحظة: يمكن استخدام أيضا اللوغاريتم النيبيري للبيانات بدلا من استخدام اللوغاريتم العشري، ومنه تصبح صيغة المتوسط الهندسي كما يلي : $\overline{X}_G = e^{\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}\ln x_i}$.

مثال:لتكن لدينا السلسلة التالية: 3،5،8،12،17.

- أحسب المتوسط الهندسي؟

الحل:

$$\overline{X}_G = (x_1 \times x_2 \times x_3 \times \dots \times x_n)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[5]{3 \times 5 \times 8 \times 12 \times 17} = (3 \times 5 \times 8 \times 12 \times 17)^{\frac{1}{5}} = 7{,}55$$

أو:

$$\overline{X}_G = 10^{\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}\log x_i} = 10^{\frac{1}{5}(\log 3+\log 5+\log 8+\log 12+\log 17)} = 10^{\frac{1}{5}\cdot(0{,}48+0{,}7+0{,}9+1{,}08+1{,}23)} = 7{,}55$$

1-2-2- حساب المتوسط الهندسي في حالة متغير كمي منفصل:

إذا كانت لدينا بيانات مبوبة في توزيع (جدول) تكراري على شكل قيم مفردة: x_1،x_2،x_3، ... ،x_k وكانت:

n_1،n_2،n_3، ... ،n_k تمثل التكرارات الموافقة لها على الترتيب، فإن المتوسط الهندسي في هذه الحالة يحسب بالطريقة التالية:

$$\overline{X}_G = \sqrt[\sum n_i]{\prod_{i=1}^{k} x_i^{n_i}} = \sqrt[\sum n_i]{x_1^{n_1} \times x_2^{n_2} \times \dots \times x_k^{n_k}} = (x_1^{n_1} \times x_2^{n_2} \times \dots \times x_k^{n_k})^{\frac{1}{\sum n_i}}$$

ملاحظة: تسهيلا للحسابات في حالة ما إذا كانت قيم البيانات ضخمة(كبيرة جدا)، يفضل استخدام اللوغاريتم العشري كالتالي:

$$\overline{X}_G = \sqrt[\sum n_i]{x_1^{n_1} \times x_2^{n_2} \times \dots \times x_k^{n_k}} = (x_1^{n_1} \times x_2^{n_2} \times \dots \times x_k^{n_k})^{\frac{1}{\sum n_i}}$$

بإدخال اللوغاريتم على الطرفين نتحصل على:

$$\log \overline{X}_G = \frac{1}{\sum n_i}.\log(x_1^{n_1} \times x_2^{n_2} \times \dots \times x_k^{n_k}) = \frac{1}{\sum n_i}(n_1.\log x_1 + n_2.\log x_2 + \dots + n_k.\log x_k) = \frac{1}{\sum n_i}.\sum_{i=1}^{k} n_i \times \log x_i$$

ومنه تصبح صيغة المتوسط الهندسي كما يلي:

$$\overline{X}_G = 10^{\frac{1}{\sum n_i}\cdot\sum_{i=1}^{k} n_i \times \log x_i}$$

وبما أن لدينا: $\frac{1}{\sum n_i}.\sum_{i=1}^{k} n_i \times \log x_i = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i \times \log x_i}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i \times \log x_i$

فإن: $\overline{X}_G = 10^{\sum_{i=1}^{k} f_i \times \log x_i}$

ملاحظة: يمكن استخدام أيضا اللوغاريتم النيبيري بدلا من استخدام اللوغاريتم العشري، ومنه تصبح صيغة المتوسط الهندسي كما يلي : $\overline{X}_G = e^{\frac{1}{\sum n_i}\cdot\sum_{i=1}^{k} n_i \times \ln x_i}$ أو: $\overline{X}_G = e^{\sum_{i=1}^{k} f_i \times \ln x_i}$.

مثال:الجدول التالي يوضح توزيع 16 أسرة حسب عدد السيارات المملوكة.

عدد السيارات (قيم المتغير) X_i	عدد الأسر (التكرار) n_i
1	7
2	5
3	2
4	1
5	1
المجموع	$\sum n_i = \mathbf{16}$

المطلوب:أحسب المتوسط الهندسي؟

الحل: نقوم أولا بحساب كلا من: $(\mathbf{x_i}^{\mathbf{n_i}})$ و $(\mathbf{log\,x_i})$ و $(\mathbf{n_i \times log\,x_i})$.

عدد السيارات (قيم المتغير) X_i	عدد الأسر (التكرار) n_i	$\mathbf{x_i}^{\mathbf{n_i}}$	$\mathbf{log\,x_i}$	$\mathbf{n_i \times log\,x_i}$	f_i	$f_i \times \mathbf{log\,x_i}$
1	7	1	0	0	0,4375	0
2	5	32	0,3	1,5	0,3125	0,09375
3	2	9	0,48	0,96	0,125	0,06
4	1	4	0,6	0,6	0,0625	0,0375
5	1	5	0,7	0,7	0,0625	0,04375
المجموع	$\sum n_i = \mathbf{16}$	−	−	3,76	1	0,235

- حساب المتوسط الهندسي:

$$\overline{X}_G = \sqrt[\sum n_i]{\prod_{i=1}^{k} {x_i}^{n_i}} = \sqrt[16]{1^7 \times 2^5 \times 3^2 \times 4^1 \times 5^1} = (1^7 \times 2^5 \times 3^2 \times 4^1 \times 5^1)^{\frac{1}{16}} = 1{,}718$$

أو:

$$\overline{X}_G = 10^{\frac{1}{16}.3{,}76} = 10^{0{,}235} = 1{,}7179$$

1-2-3- حساب المتوسط الهندسي في حالة متغير كمي متصل:

إذا كانت لدينا بيانات مبوبة في توزيع (جدول) تكراري على شكل فئات ذات المراكز: c_1،c_2،c_3، ...، c_k وكانت: n_1،n_2،n_3، ...، n_k تمثل التكرارات الموافقة لها على الترتيب، فإن المتوسط الهندسي في هذه الحالة يحسب بالطريقة التالية:

$$\overline{X}_G = \sqrt[\sum n_i]{\prod_{i=1}^{k} c_i^{n_i}} = \sqrt[\sum n_i]{c_1^{n_1} \times c_2^{n_2} \times c_3^{n_3} \times \dots \times c_k^{n_k}} = (c_1^{n_1} \times c_2^{n_2} \times c_3^{n_3} \times \dots \times c^{n_k})^{\frac{1}{\sum n_i}}$$

ملاحظة: تسهيلا للحسابات في حالة ما إذا كانت قيم مراكز الفئات كبيرة جدا، يفضل استخدام اللوغاريتم العشري كالتالي:

$$\overline{X}_G = \sqrt[\sum n_i]{c_1^{n_1} \times c_2^{n_2} \times \dots \times c_k^{n_k}} = (c_1^{n_1} \times c_2^{n_2} \times \dots \times c_k^{n_k})^{\frac{1}{\sum n_i}}$$

بإدخال اللوغاريتم على الطرفين نتحصل على:

$$\log \overline{X}_G = \frac{1}{\sum n_i}.\log(c_1^{n_1} \times c_2^{n_2} \times \dots \times c_k^{n_k}) = \frac{1}{\sum n_i}(n_1.\log c_1 + n_2.\log c_2 + \dots + n_k.\log c_k) = \frac{1}{\sum n_i}.\sum_{i=1}^{k} n_i \times \log c_i$$

ومنه تصبح صيغة المتوسط الهندسي كما يلي:

$$\overline{X}_G = 10^{\frac{1}{\sum n_i}.\sum_{i=1}^{k} n_i \times \log c_i}$$

وبما أن لدينا: $\frac{1}{\sum n_i}.\sum_{i=1}^{k} n_i \times \log c_i = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i \times \log c_i}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i \times \log c_i$

فإن: $\overline{X}_G = 10^{\sum_{i=1}^{k} f_i \times \log c_i}$

ملاحظة: يمكن استخدام أيضا اللوغاريتم النيبيري بدلا من استخدام اللوغاريتم العشري، ومنه تصبح صيغة المتوسط الهندسي كما يلي : $\overline{X}_G = e^{\frac{1}{\sum n_i}.\sum_{i=1}^{k} n_i \times \ln c_i}$ أو: $\overline{X}_G = e^{\sum_{i=1}^{k} f_i \times \ln c_i}$.

مثال: الجدول التالي يبين توزيع عينة حجمها مائة عامل في شركة ما حسب الأجر الشهري (الوحدة: 10^3 دج).

الأجر الشهري x_i	عدد العمال n_i
]23 – 18]	03
]28 – 23]	05
]33 – 28]	26
]38 – 33]	28
]43 – 38]	15
]48 – 43]	10
]53 – 48]	08

]58 – 53]	05
Σ	**100**

المطلوب:أحسب الأجر الشهري المتوسط باستعمال المتوسط الهندسي؟

الحل: نقوم أولا بحساب كلا من: ($\mathbf{log\,c_i}$) و ($\mathbf{n_i \times log\,c_i}$).

الأجر الشهري x_i	عدد العمال n_i	c_i	$\mathbf{log\,c_i}$	$\mathbf{n_i \times log\,c_i}$	f_i	$f_i \times \mathbf{log\,c_i}$
]23 – 18]	03	20,5	1,31	3,93	0,03	0,0393
]28 – 23]	05	25,5	1,41	7,05	0,05	0,0705
]33 – 28]	26	30,5	1,48	38,48	0,26	0,3848
]38 – 33]	28	35,5	1,55	43,4	0,28	0,434
]43 – 38]	15	40,5	1,61	24,15	0,15	0,2415
]48 – 43]	10	45,5	1,66	16,60	0,1	0,166
]53 – 48]	08	50,5	1,70	13,60	0,08	0,136
]58 – 53]	05	55,5	1,74	8,70	0,05	0,087
Σ	**100**	–	–	155,91	1	1,5591

– **حساب المتوسط الهندسي:**

$$\overline{X}_G = \sqrt[\sum n_i]{\prod_{i=1}^{k} {c_i}^{n_i}} = \sqrt[100]{20{,}5^3 \times 25{,}5^5 \times 30{,}5^{26} \times 35{,}5^{28} \times 40{,}5^{15} \times 45{,}5^{10} \times 50{,}5^8 \times 55{,}5^5}$$

$$= (20{,}5^3 \times 25{,}5^5 \times 30{,}5^{26} \times 35{,}5^{28} \times 40{,}5^{15} \times 45{,}5^{10} \times 50{,}5^8 \times 55{,}5^5)^{\frac{1}{100}}$$

أو:

$$\overline{X}_G = 10^{\frac{1}{100} \cdot 155{,}91} = 10^{1{,}5591} = 36{,}23$$

1–3– خصائص المتوسط الهندسي:

- لا يتأثر بالقيم المتطرفة.
- لايمكن استخدامه مع البيانات التي تضم قيما سالبة أو صفر.
- لا يمكن حسابه من جداول التوزيع التكراري المفتوحة.

2– المتوسط التوافقي (La Moyenne Harmonique) :

المتوسط التوافقي هو متوسط نادر الاستعمال نوظفه في بعض الحالات لحساب القدرة الشرائية المتوسطة لسلعة ما بدلالة سلعة أخرى، وعادة ما تكون هذه الوحدة هي الوحدة النقدية لبلد معين، وكذلك لحساب السرعة المتوسطة لمركبة على مسالك مختلفة.

2-1- تعريف المتوسط التوافقي:

المتوسط التوافقي هو أحد مقاييس النزعة المركزية، يعبر عن مقلوب المتوسط الحسابي لمقلوب القيم x_i أو c_i ويرمز له بالرمز $\overline{X}_H$، حيث يستخدم هذا المتوسط في حالة إذا كان المتوسط المدروس عبارة عن حاصل قسمة متغيرين مرتبطين مثل السرعة بالنسبة للزمن، أي بصفة عامة يستخدم عندما يكون مقلوب المتغير له دلالة.

2-2- حساب المتوسط التوافقي:

تختلف طرق حساب المتوسط التوافقي باختلاف طبيعة البيانات، حيث نميز بين:

2-2-1- حساب المتوسط التوافقي من البيانات الأولية (بيانات غير مبوبة):

إذا كانت البيانات على شكل سلسلة إحصائية $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ أي بيانات غير مبوبة، ، فإن المتوسط التوافقي على هذه السلسلة يحسب بالطريقة التالية:

$$\overline{X}_H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}} = \frac{n}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\dots+\frac{1}{x_n}}$$

مثال: لتكن لدينا السلسلة التالية: 13،11،14،12،15.

- أحسب المتوسط التوافقي؟

الحل:

$$\overline{X}_H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}} = \frac{5}{\frac{1}{13}+\frac{1}{11}+\frac{1}{14}+\frac{1}{12}+\frac{1}{15}} = \frac{5}{0{,}0769+0{,}0909+0{,}0714+0{,}0833+0{,}0666} = \frac{5}{0{,}3891} = 12{,}85$$

الفصل الرابع:

مقـاييـس التشتـت

تمهيد:

رأينا أن الهدف من مقاييس النزعة المركزية هو قياس مستوى الظاهرة المدروسة، فمثلا نقيس مستوى الأجور في مؤسسة اقتصادية بواسطة الأجر المتوسط، ونقيس مستوى الدخل في بلد ما بواسطة الدخل المتوسط، ونقيس مستوى الطالب في آخر السنة بواسطة المعدل وهو متوسط حسابي...إلخ، إلا أن هذه المقاييس تشوبها مساوئ عدة، أهمها إخفاء الفروق الموجودة بين القيم، فعند إجراء مقارنة بين ظاهرتين يمكن أن يتساوى متوسطهما الحسابي، ورغم ذلك نجد أن انتشار البيانات في الظاهرتين مختلف كثيرا لأن البيانات غير متجانسة، لهذا وجدت مقاييس أخرى تعطينا فكرة عن مدى تباعد البيانات عن بعضها البعض، تسمى هذه المقاييس بمقاييس التشتت.

مثال: لتكن العلامات التالية المحصل عليها من طرف طالبين في 5 امتحانات.

الطالب الأول:15،11،13،10،8.   الطالب الثاني: 10،12،12،13،10.

لو قمنا بحساب المتوسط الحسابي لكل طالب، نجد أنه متساوي في كل منهما ويساوي 11,4، ومع ذلك علامات الطالب الثاني أكثر تجانسا من علامات الطالب الأول، من أجل ذلك لجأ الإحصائيون إلى استخدام مقاييس أخرى لقياس مدى تجانس البيانات أو مدى انتشار البيانات حول مقياس النزعة المركزية، ويمكن استخدامها في المقارنة بين مجموعتين أو أكثر من البيانات، ومن هذه المقاييس، مقاييس التشتت ومقاييس الشكل.

سنتطرق في هذا الفصل إلى مقاييس التشتت على أن نتطرق إلى مقاييس الشكل في الفصل اللاحق.

أولا –مقاييس التشتت المطلقة: هذا النوع من المقاييس يقيس التشتت بقيمة مطلقة أي بمقادير لها وحدة قياس وهي نفس وحدة قياس المتغير الإحصائي موضوع الدراسة، وهناك العديد من مقاييس التشتت المطلقة تتفاوت أو تختلف في طريقة الحساب، المعنى الاقتصادي والإحصائي، الدقة في قياس التشتت، نذكر منها: المدى (E) ، المدى الربيعي (I_Q) ، الانحراف الربيعي (E_Q) ،الانحراف المتوسط بالنسبة للمتوسط الحسابي $(EM_{\bar{x}})$ ، الانحراف المتوسط بالنسبة للوسيط (EM_{Me}) ، التباين $V(X)$ ، الانحراف المعياري $\delta(X)$.

1– المدى: هو الفرق بين أكبر قيمة في البيانات وأصغر قيمة لها، أي: $E = X_{max} - X_{min}$.

حالة خاصة : المدى في حالة توزيع تكراري بفئات يحسب بعدة طرق:

المدى = مركز الفئة الأخيرة – مركز الفئة الأولى

المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الأدنى للفئة الأولى

ملاحظة : نلاحظ أن المدى يقيس التشتت بدلالة قيمتين فقط، وهما قيمتان متطرفتان لا تعكسان حقيقة الظاهرة المدروسة فهو لا يعطي القياس الحقيقي للتشتت.

خواص المدى:

– سهل التعريف والحساب.

- يعطى فكرة سريعة عن طبيعة البيانات، ويستخدم كثيرا في ظواهر الحياة المختلفة مثل مراقبة جودة الإنتاج وكذلك في وصف طبيعة الأحوال الجوية.

- لا يمكن حسابه من جداول التوزيع التكراري المفتوحة.

2–المدى الربيعي: هو الفرق بين الربيع الثالث والربيع الأول أي: $I_Q = Q_3 - Q_1$.

ملاحظة :نلاحظ أن المدى الربيعي قد ابتعد عن القيم المتطرفة فهو أحسن من المدى، ولكن بقي يستعمل قيمتين فقط ويهمل باقي البيانات فهو لا يعكس حقيقة التشتت.

خواص المدى الربيعي:

- لا يتأثر بالقيم المتطرفة ويمكن حسابه بيانيا؛
- يمكن حسابه في حالة جداول التوزيع التكراري المفتوحة؛
- يتحدد بعدد البيانات وليس بقيمها؛
- يستخدم كمقياس للتشتت في التوزيعات التكرارية شديدة الالتواء؛

–عبارة عن فترة تحتوي على 50 % من البيانات.

3– الانحراف الربيعي: وهو نصف المدى الربيعي أي: $E_Q = \frac{I_Q}{2} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$.

ملاحظة :حتى الانحراف الربيعي رغم أنه يقترب من مركز البيانات إلا أنه يبقي يستعمل قيمتين فقط ويهمل باقي البيانات فهو لا يعكس حقيقة التشتت.

خواص الانحراف الربيعي:

- لا يتأثر بالقيم الشاذة أو المتطرفة.
- يمكن حسابه من التوزيعات التكرارية المفتوحة من الطرفين.
- لا يأخذ جميع القيم في الاعتبار.
- لا يسهل التعامل معه في التحليل الإحصائي.

4– الانحراف المتوسط بالنسبة للوسيط:هو متوسط البعد بالقيمة المطلقة لقيم المتغير الإحصائي عن الوسيط.

- القانون في حالة سلسلة إحصائية: $EM_{Me} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - M_e|}{n}$
- القانون في حالة توزيع تكراري على شكل قيم مفردة: $EM_{Me} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i . |x_i - M_e|}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i . |x_i - M_e|$
- القانون في حالة توزيع تكراري على شكل فئات: $EM_{Me} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i . |c_i - M_e|}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i . |c_i - M_e|$

ملاحظة: نلاحظ أن هذا المقياس يقيس التشتت بدلالة كل البيانات إلا أنه يقيس التشتت بالنسبة للوسيط الذي ليس هو أحسن مقاييس النزعة المركزية.

خواص الانحراف المتوسط بالنسبة للوسيط:

- يتأثر بالقيم المتطرفة ويعتمد في حسابه على جميع القيم؛
- لا يمكن حسابه في حالة جداول التوزيع التكراري المفتوحة؛

5- الانحراف المتوسط بالنسبة للمتوسط الحسابي: هو متوسط البعد بالقيمة المطلقة لقيم المتغير الإحصائي عن المتوسط الحسابي.

- القانون في حالة سلسلة إحصائية: $EM_{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}|x_i-\bar{x}|}{n}$
- القانون في حالة توزيع تكراري على شكل قيم مفردة: $EM_{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.|x_i-\bar{x}|}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i.|x_i - \bar{x}|$
- القانون في حالة توزيع تكراري على شكل فئات: $EM_{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.|c_i-\bar{x}|}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i.|c_i - \bar{x}|$

خواص الانحراف المتوسط بالنسبة للمتوسط الحسابي:

- يتأثر بالقيم المتطرفة ويعتمد في حسابه على جميع القيم؛
- لا يمكن حسابه في حالة جداول التوزيع التكراري المفتوحة؛
- يمكن حسابه عن طريق الانحرافات عن الوسيط مع الملاحظة أن الانحراف المتوسط عن الوسيط أقل من الانحراف المتوسط عن المتوسط الحسابي.

ملاحظة: نلاحظ أن هذا المقياس يحسب التشتت بدلالة كل البيانات ويقيس التشتت حول أدق وأحسن مقاييس النزعة المركزية وهو المتوسط الحسابي، فهو إذن مقياس جيد للتشتت، إلا أن هاتين الصيغتين ستصبحان في الإحصاء الرياضي دوال ذات مدلول إحصائي وهي الدوال بالقيمة المطلقة، ونحن نعرف أن الدراسة الرياضية للدوال ذات القيمة المطلقة ثقيلة نوعا ما، وعليه نسعى إلى تسهيل المهمة بإلغاء القيمة المطلقة وتعويضها بما يكافؤها لقياس التشتت، والذي يؤدي هذا الغرض، أي مقياس للتشتت صالح وسهل الاستعمال في الإحصاء الوصفي وفي الإحصاء الرياضي، وهو الانحراف المعياري والذي رمزه $\delta(X)$.

6- التباين: هو عبارة عن المتوسط الحسابي لمربعات الفروق بين قيم المتغير الإحصائي ومتوسطها الحسابي، ونستخدم مربعات الفروق هنا تفاديا لاستخدام القيم المطلقة كما هو الشأن في الانحراف المتوسط، ويرمز للتباين بالرمز $V(X)$ ، وتعطى قوانينه حسب الصيغ التالية:

- القانون في حالة سلسلة إحصائية: $V(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}$
- القانون في حالة توزيع تكراري على شكل قيم مفردة: $V(X) = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.(x_i-\bar{x})^2}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i.(x_i - \bar{x})^2$
- القانون في حالة توزيع تكراري على شكل فئات: $V(X) = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.(c_i-\bar{x})^2}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i.(c_i - \bar{x})^2$

ملاحظة: نلاحظ أن هذا المقياس يحسب التشتت بدلالة كل البيانات ويقيس التشتت حول أدق وأحسن مقاييس النزعة المركزية وهو المتوسط الحسابي، إلا أن هذه القيمة الإحصائية ليس لها وحدة قياس.

7- الانحراف المعياري: الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين، أي: $\delta(X)=\sqrt{V(X)}$.

- القانون في حالة سلسلة إحصائية: $\delta(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}}$

- القانون في حالة توزيع تكراري على شكل قيم مفردة: $\delta(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}n_i.(x_i-\bar{x})^2}{\sum n_i}}=\sqrt{\sum_{i=1}^{k}f_i.(x_i-\bar{x})^2}$

- القانون في حالة توزيع تكراري على شكل فئات: $\delta(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}n_i.(c_i-\bar{x})^2}{\sum n_i}}=\sqrt{\sum_{i=1}^{k}f_i.(c_i-\bar{x})^2}$

ملاحظة: نلاحظ أن هذا المقياس عبارة عن المقياس الحقيقي للتشتت لأن يحسب التشتت بدلالة كل البيانات ويقيس التشتت حول أدق وأحسن مقاييس النزعة المركزية وهو المتوسط الحسابي، وله وحدة قياس(نفس وحدة قياس $\bar{x}$).

خواص الانحراف المعياري:

- لا يمكن حسابه من جداول التوزيع التكراري المفتوحة؛
- يتأثر بالقيم المتطرفة؛
- قابل للعمليات الجبرية لذلك فهو كثير الاستخدام في القوانين والنظريات الإحصائية؛
- يأخذ نفس وحدة القياس للمتغير الأصلي؛
- يمكن الاعتماد عليه للمقارنة بين تشتت توزيعين إحصائيين من نفس النوعية ولهما نفس المتوسط الحسابي.

ثانيا –مقاييس التشتت النسبية :إذا كنا بصدد إجراء مقارنة بين توزيعات تكرارية ليست لها نفس وحدة القياس أو ليس لهما نفس المتوسط، فمن الضروري هنا استخدام مقاييس التشتت النسبية والتي من أهمها: **1- المدى النسبي**:

$$E\%=\frac{E}{\bar{x}}\times 100$$

2- المدى الربيعي النسبي: $I_Q\%=\frac{I_Q}{M_e}\times 100$

3- الانحراف الربيعي النسبي: $E_Q\%=\frac{E_Q}{M_e}\times 100$

4- الانحراف المتوسط بالنسبة للوسيط النسبي: $EM_{Me}\%=\frac{EM_{Me}}{M_e}\times 100$

5- الانحراف المتوسط بالنسبة للمتوسط الحسابي النسبي: $EM_{\bar{x}}\%=\frac{EM_{\bar{x}}}{\bar{x}}\times 100$

6- الانحراف المعياري النسبي (معامل الاختلاف): $\delta(X)\%=CV=\frac{\delta(X)}{\bar{x}}\times 100$

خواص معامل الاختلاف:

- يقيس الاختلاف النسبي دون وحدة تمييز؛
- ليس له معنى إذا كانت المتوسطات الحسابية معدومة؛
- يستخدم لمقارنة مجموعتين أو أكثر من البيانات من حيث التشتت، خاصة إذا اختلفت متوسطاتها الحسابية.

تمرين: عند مراقبة الوصول إلى مقر العمل لمجموعة من العمال (100 عامل) في إحدى المؤسسات تم الحصول على المعلومات التالية: (الوحدة: الدقيقة).

X_i زمن التأخر	$]10-5]$	$]15-10]$	$]20-15]$	$]30-20]$	$]40-30]$	$]45-40]$
n_i عدد العمال	10	18	40	20	8	04

المطلوب: 1- أحسب كلا من: المتوسط الحسابي والوسيط والربيع الأول والربيع الثالث؟

2- ما هي وظيفة مقاييس التشتت في تحليل نتائج الدراسة الإحصائية حول ظاهرة ما؟

3- أحسب كلا من: المدى المطلق والنسبي، المدى الربيعي والمدى الربيعي النسبي، الانحراف الربيعي والانحراف الربيعي النسبي، الانحراف المتوسط بالنسبة للوسيط المطلق والنسبي والانحراف المتوسط بالنسبة للمتوسط الحسابي المطلق والنسبي؟ مع الشرح؟

4- أحسب التباين والانحراف المعياري؟

5- نفرض أن زمن التأخر الوسيط في مؤسسة ثانية يقدر بـ: 17,75 دقيقة وأن الانحراف المتوسط بالنسبة للوسيط يساوي 4 دقائق، قارن مستوى التأخر والتشتت في المؤسستين(1و2)، ما هي القراءة الإحصائية لذلك؟

6- نفرض أن زمن التأخر المتوسط في مؤسسة ثالثة يقدر بـ: 15 دقيقة وأن التباين يساوي 9، قارن مستوى التأخر والتشتت في المؤسستين(1و3)، ما هي القراءة الإحصائية لذلك؟

الحل: 1- حساب كلا من: المتوسط الحسابي والوسيط والربيع الأول والربيع الثالث:

X_i زمن التأخر	n_i عدد العمال	C_i	$n_i \times C_i$	$N_i^{\uparrow}$	$\sum_{i=1}^{k} n_i.\lvert c_i - M_e\rvert$	$\sum_{i=1}^{k} n_i.\lvert c_i - \overline{X}\rvert$	$(c_i-\overline{X})^2$	$\sum_{i=1}^{k} n_i.(c_i-\overline{X})^2$
$]10-5]$	10	7,5	75	10	102,5	120	144	1440
$]15-10]$	18	12,5	225	28	94,5	126	49	882
$]20-15]$	40	17,5	700	68	10	80	4	160
$]30-20]$	20	25	500	88	145	110	30,25	605
$]40-30]$	8	35	280	96	138	124	240,25	1922
$]45-40]$	4	42,5	170	100	99	92	529	2116
المجموع	100	/	1950	/	589	625	/	7125

- **حساب المتوسط الحسابي**: $\overline{\mathbf{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{6} n_i.c_i}{\sum n_i} = \frac{n_1.c_1+n_2.c_2+n_3.c_3+\cdots+n_k.c_k}{\sum n_i} = \frac{1950}{100} = 19,5$

- **حساب الوسيط**:نحدد الفئة الوسيطية وهي الفئة التي تكرارها التجميعي الصاعد يساوي رتبةM_e أو أعلى منها مباشرة أي: $\mathbf{N_{M_e}^{\uparrow}} \geq \frac{\mathbf{n}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{100}}{\mathbf{2}} = \mathbf{50}$ ومنه الفئة الوسيطية هي:$[15-20]$، ومنه نحسب الوسيط بالطريقة التالية: $M_e = L_{M_e} + \left[\left(\frac{\frac{n}{2}-N_{M_e-1}^{\uparrow}}{n_{M_e}}\right).A_{M_e}\right] = 15 + \left[\left(\frac{50-28}{40}\right).(20-15)\right] = 15 + \left[\left(\frac{50-28}{40}\right).(5)\right] = 17,75$

- **حساب الربيع الأول:** نحدد فئة الربيع الأول وهي الفئة التي تكرارها التجميعي الصاعد يساوي رتبةQ_1 أو أعلى منها مباشرة أي: $\mathbf{N_{Q_1}^{\uparrow}} \geq \frac{\mathbf{n}}{\mathbf{4}} = \frac{\mathbf{100}}{\mathbf{4}} = \mathbf{25}$ ومنه فئة الربيع الأول هي:$[10-15]$، ومنه نحسب الربيع الأول بالطريقة التالية: $Q_1 = L_{Q_1} + \left[\left(\frac{\frac{n}{4}-N_{Q_1-1}^{\uparrow}}{n_{Q_1}}\right).A_{Q_1}\right] = 10 + \left[\left(\frac{25-10}{18}\right).(15-10)\right] = 10 + \left[\left(\frac{25-10}{18}\right).(5)\right] = 14,17$

- **حساب الربيع الثالث:** نحدد فئة الربيع الثالث وهي الفئة التي تكرارها التجميعي الصاعد يساوي رتبةQ_3 أو أعلى منها مباشرة أي: $\mathbf{N^{\uparrow}_{Q_3} \geq \frac{3n}{4} = \frac{3.100}{4} = 75}$ومنه فئة الربيع الثالث هي:[20 – 30[،ومنه نحسب الربيع الثالث بالطريقة التالية: $Q_3 = L_{Q_3} + \left[\left(\frac{\frac{3n}{4} - N^{\uparrow}_{Q_3-1}}{n_{Q_3}}\right).A_{Q_3}\right] = 20 + \left[\left(\frac{75-68}{20}\right).(30-20)\right] = 20 + \left[\left(\frac{75-68}{20}\right).(10)\right] = 23,5$

2- **وظيفة مقاييس التشتت في تحليل نتائج الدراسة الإحصائية حول ظاهرة ما:** مقاييس التشتت هي مقاييس إحصائية تقيس مدى تشتت أو تمركز قيم السلسلة الإحصائية حول مقاييس النزعة المركزية وبالخصوص المتوسط الحسابي، **وبالتالي فهي تفيدنا في قياس مدى تجانس أو عدم تجانس الظاهرة المدروسة أو مدى الفوارق الموجودة بين قيم السلسلة الإحصائية.**

3- **حساب كلا من:** المدى المطلق والنسبي، المدى الربيعي والمدى الربيعي النسبي، الانحراف الربيعي والانحراف الربيعي النسبي، الانحراف المتوسط بالنسبة للوسيط المطلق والنسبي و الانحراف المتوسط بالنسبة للمتوسط الحسابي المطلق والنسبي مع الشرح:

أ- المدى المطلق والنسبي:	
- **المطلق:**دقيقة$E = X_{max} - X_{min} = 45 - 5 = 40$ الشرح: يقدر التشتت في زمن التأخر للعمال باستعمال المدى المطلق بـ 40 دقيقة.	**النسبي:**$E\% = \frac{E}{\bar{X}} \times 100 = \frac{40}{19,50} \times 100 = 205,13\%$ الشرح: يقدر التشتت في زمن التأخر للعمال باستعمال المدى النسبي بـ 205,13%.
ب- المدى الربيعي المطلق والنسبي:	
- **المطلق:** دقيقة$IQ = Q_3 - Q_1 = 23,5 - 14,17 = 9,33$ الشرح: يقدر التشتت في زمن التأخر للعمال باستعمال المدى الربيعي المطلق بـ 9,33 دقيقة .	- **النسبي:**$IQ\% = \frac{Q_3 - Q_1}{M_e} \times 100 = \frac{23,5-14,17}{17,75} \times 100 = 52,56$ الشرح: يقدر التشتت في زمن التأخر للعمال باستعمال المدى الربيعي النسبي بـ 52,56%.
ج- الانحراف الربيعي المطلق والنسبي:	
- **المطلق:**دقيقة$E_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{23,5-14,17}{2} = 4,665$ الشرح: يقدر التشتت في زمن التأخر للعمال باستعمال الانحراف الربيعي المطلق بـ 4,665 دقيقة.	**النسبي:**$E_Q\% = \frac{E_Q}{M_e} \times 100 = \frac{4,665}{17,75} \times 100 = 26,28\%$ الشرح: يقدر التشتت في زمن التأخر للعمال باستعمال الانحراف الربيعي النسبي بـ 26,28%.
د- الانحراف المتوسط عن الوسيط:	
- **المطلق:** $EM_{M_e} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i \lvert c_i - M_e \rvert}{n} = \frac{589}{100} = 5,89$ الشرح: يقدر التشتت في زمن التأخر للعمال باستعمال الانحراف المتوسط عن الوسيط المطلق بـ 5,89 دقيقة .	**النسبي:**$EM_{M_e}\% = \frac{EM_{M_e}}{M_e} \times 100 = \frac{5,89}{17,75} \times 100 = 33,18\%$ الشرح: يقدر التشتت في زمن التأخر للعمال باستعمال الانحراف المتوسط عن الوسيط النسبي بـ 33,18%.
هـ- الانحراف المتوسط عن المتوسط الحسابي:	
- **المطلق:** $EM_{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i \lvert c_i - \bar{x} \rvert}{n} = \frac{625}{100} = 6,25$ الشرح: يقدر التشتت في زمن التأخر للعمال باستعمال الانحراف المتوسط عن المتوسط الحسابي المطلق بـ 6,25 دقيقة .	**النسبي:**$EM_{\bar{X}}\% = \frac{EM_{\bar{X}}}{\bar{X}} \times 100 = \frac{6,25}{19,5} \times 100 = 32,05\%$ الشرح: يقدر التشتت في زمن التأخر للعمال باستعمال الانحراف المتوسط عن المتوسط الحسابي النسبي بـ 32,05%.

4- حساب التباين والانحراف المعياري:

- **التباين:** $V(X) = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.(c_i - \bar{x})^2}{\sum n_i} = \frac{7125}{100} = 71,25$

- **الانحراف المعياري:** دقيقة $\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.(c_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}} = \sqrt{71,25} = 8,44$

5- المقارنة بين مستوى التأخر والتشتت في المؤسستين، مع القراءة الإحصائية:

المؤسسة الأولى: $M_{e_1} = 17,75$ و $EM_{M_{e_1}} = 5,89$

المؤسسة الثانية: $M_{e_2} = 17,75$ و $EM_{M_{e_2}} = 4$

أ- مقارنة مستوى التأخر: نلاحظ أن $M_{e_1} = M_{e_2}$ وعليه فإنه على العموم مستوى تأخر العمال في المؤسستين متساوي.

ب- مقارنة تشتت التأخر: بما أن $M_{e_1} = M_{e_2}$ فإننا نستخدم مقاييس التشتت المطلقة لمقارنة تشتت التأخر في المؤسستين.

بما أن $EM_{M_{e_1}} > EM_{M_{e_2}}$ فإننا نقول أن تشتت التأخر في المؤسسة الأولى أكبر مما هي عليه في المؤسسة الثانية، أي أن الفوارق في زمن التأخر أكبر في المؤسسة الأولى، وعليه فإن زمن التأخر في المؤسسة الثانية أكثر تجانسا من زمن التأخر المؤسسة الأولى.

القراءة الإحصائية: على العموم مستوى تأخر عمال المؤسسة الثانية أقل من المؤسسة الأولى، كما أن زمن تأخر عمال المؤسسة الثانية أكثر تجانسا أو تقاربا من المؤسسة الأولى، أي أن المؤسسة الثانية أفضل من المؤسسة الأولى من ناحية تأخر العمال.

6- المقارنة بين مستوى التأخر والتشتت في المؤسستين، مع القراءة الإحصائية:

المؤسسة الأولى: $\bar{X}_1 = 19,5$ و $CV_1 = \delta(X_1)\% = 43,28\ \%$

المؤسسة الثالثة: $\bar{X}_3 = 15$ و $CV_3 = \delta(X_3)\% = \frac{\delta(X_3)}{\bar{X}} \times 100 = \frac{\sqrt{V(X_3)}}{15} \times 100 = \frac{\sqrt{9}}{15} \times 100 = 20\ \%$

أ- مقارنة مستوى التأخر: نلاحظ أن $\bar{X}_1 > \bar{X}_3$ وعليه فإنه على العموم مستوى تأخر العمال في المؤسسة الأولى أكبر مما هي عليه في المؤسسة الثالثة.

ب- مقارنة تشتت التأخر: بما أن $\bar{X}_1 \neq \bar{X}_3$ فإننا نستخدم مقاييس التشتت النسبية لمقارنة تشتت التأخر في المؤسستين.

بما أن $CV_1 > CV_3$ فإننا نقول أن تشتت التأخر في المؤسسة الأولى أكبر مما هي عليه في المؤسسة الثالثة، أي أن الفوارق في زمن التأخر أكبر في المؤسسة الأولى، وعليه فإن زمن التأخر في المؤسسة الثالثة أكثر تجانسا من زمن التأخر المؤسسة الأولى.

القراءة الإحصائية: على العموم مستوى تأخر عمال المؤسسة الثالثة أقل من المؤسسة الأولى، كما أن زمن تأخر عمال المؤسسة الثالثة أكثر تجانسا أو تقاربا من المؤسسة الأولى، أي أن المؤسسة الثالثة أفضل من المؤسسة الأولى من ناحية تأخر العمال.

الفصل الخامس:

مقاييس الشكل

تمهيد:

إن مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت لا يكفيان لوحدهما لوصف البيانات وإجراء المقارنات بين التوزيعات التكرارية، فقد يتساوى توزيعان في متوسطهما وفي الانحراف المعياري ومع ذلك نجدهما مختلفين تماما من حيث الشكل، إن الاختلاف من حيث الشكل يتجلى في إحدى الأمرين :الإلتواء أو التفرطح، فلدراسة الإلتواء أو التفرطح نحتاج إلى معلومات رياضية حول ما يعرف بالعزوم.

أولا –مفاهيم حول العزوم:

هي مفاهيم رياضية فيزيائية نحتاج إليها لدراسة بعض المفاهيم الإحصائية وبعض العزوم، بالإضافة إلى مدلولها الرياضي والفيزيائي فلها مدلول إحصائي.

ليكن $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ سلسلة إحصائية، ولتكن a قيمة حقيقية، نقول أن العزم من الدرجة k لهذه السلسلة بالنسبة لـ a هو:

– في حالة سلسلة إحصائية: $\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)^k}{n} =$ العزم من الدرجة k

– في حالة توزيع تكراري على شكل قيم مفردة: $\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.(x_i-a)^k}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i.(x_i-a)^k =$ العزم من الدرجة k

– في حالة توزيع تكراري على شكل فئات: $\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.(c_i-a)^k}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i.(c_i-a)^k =$ العزم من الدرجة k

1– العزوم البسيطة m_k (العزم بالنسبة لنقطة الأصل $(a=0)$)

العزم البسيط من الدرجة k هو عبارة عن المتوسط الحسابي لقيم المتغير الإحصائي مرفوعة إلى القوة k .

– في حالة سلسلة إحصائية: $m_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^k}{n}$ (العزم البسيط من الدرجة k)

– في حالة توزيع تكراري على شكل قيم مفردة: $m_k = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.x_i^k}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i.x_i^k$ (العزم البسيط من الدرجة k)

– في حالة توزيع تكراري على شكل فئات: $m_k = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.c_i^k}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i.c_i^k$ (العزم البسيط من الدرجة k)

1– 1–حالات خاصة من العزوم البسيطة:

أ –إذا كان $k=0$ فإن: العزم البسيط من الدرجة الصفر دوما يساوي الواحد.

– في حالة سلسلة إحصائية: $m_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^0}{n} = 1$

– في حالة توزيع تكراري على شكل قيم مفردة: $m_0 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.x_i^0}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i.x_i^0 = 1$

– في حالة توزيع تكراري على شكل فئات: $m_0 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.c_i^0}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i.c_i^0 = 1$

ب –إذا كان $k=1$ فإن: العزم البسيط من الدرجة الأولى عبارة عن المتوسط الحسابي.

– في حالة سلسلة إحصائية: $m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^1}{n} = \overline{X}$

– في حالة توزيع تكراري على شكل قيم مفردة: $m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.x_i^1}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i.x_i^1 = \overline{X}$

– في حالة توزيع تكراري على شكل فئات: $m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.c_i^1}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i.c_i^1 = \overline{X}$

ج -إذا كان $k=2$ فإن: العزم البسيط من الدرجة الثانية عبارة عن مربع المتوسط التربيعي.

- في حالة سلسلة إحصائية $m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2}{n} = \bar{X}_Q^2$
- في حالة توزيع تكراري على شكل قيم مفردة: $m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i . x_i{}^2}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i . x_i{}^2 = \bar{X}_Q^2$
- في حالة توزيع تكراري على شكل فئات: $m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i . c_i{}^2}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i . c_i{}^2 = \bar{X}_Q^2$

1-2 -التعبير على التباين والانحراف المعياري بدلالة العزوم:

لقد رأينا أن: $V(X) = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{\sum (X_i^2 - 2X_i\bar{X} + \bar{X}^2)}{n} = \frac{\sum X_i^2 - 2\bar{X}\sum X_i + \sum \bar{X}^2}{n}$

ولدينا: $\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} \Rightarrow \sum X_i = n\bar{X}$ و $\sum \bar{X}^2 = n\bar{X}^2$

ومنه: $V(X) = \frac{\sum X_i^2 - 2n\bar{X}^2 + n\bar{X}^2}{n} = \frac{\sum X_i^2 - n\bar{X}^2}{n} = \frac{\sum X_i^2}{n} - \frac{n\bar{X}^2}{n}$

أي: $\mathbf{V(X) = \frac{\sum X_i^2}{n} - \bar{X}^2 = \bar{X}_Q^2 - \bar{X}^2}$

ومنه فإن: $V(X) = m_2 - m_1{}^2$

وبالتالي: $\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{m_2 - m_1{}^2}$

2- العزوم المركزية μ_k (العزم بالنسبة للمتوسط الحسابي $(\bar{X} = a)$)

في هذه الحالة نعتبر $(\bar{X} = a)$ ، وعليه نحصل على العلاقات التالية:

- في حالة سلسلة إحصائية $\mu_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^k}{n}$ (العزم المركزي من الدرجة k)
- في حالة توزيع تكراري على شكل قيم مفردة: $\mu_k = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i . (x_i - \bar{x})^k}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i . (x_i - \bar{x})^k$ (العزم المركزي من الدرجة k)
- في حالة توزيع تكراري على شكل فئات: $\mu_k = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i . (c_i - \bar{x})^k}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i . (c_i - \bar{x})^k$ (العزم المركزي من الدرجة k)

-حالات خاصة من العزوم المركزية:

أ -إذا كان $k=0$ فإن: العزم المركزي من الدرجة الصفر دوما يساوي الواحد.

- في حالة سلسلة إحصائية: $\mu_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^0}{n} = 1$
- في حالة توزيع تكراري على شكل قيم مفردة: $\mu_0 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i . (x_i - \bar{x})^0}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i . (x_i - \bar{x})^0 = 1$
- في حالة توزيع تكراري على شكل فئات: $\mu_0 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i . (c_i - \bar{x})^0}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i . (c_i - \bar{x})^0 = 1$

ب -إذا كان $k=1$ فإن: العزم المركزي من الدرجة الأولى دوما يساوي الصفر.

- في حالة سلسلة إحصائية: $\mu_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^1}{n} = 0$
- في حالة توزيع تكراري على شكل قيم مفردة: $\mu_1 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i . (x_i - \bar{x})^1}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i . (x_i - \bar{x})^1 = 0$
- في حالة توزيع تكراري على شكل فئات: $\mu_1 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i . (c_i - \bar{x})^1}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i . (c_i - \bar{x})^1 = 0$

ج -إذا كان $k = 2$ فإن: العزم المركزي من الدرجة الثانية عبارة عن التباين.

- في حالة سلسة إحصائية $\mu_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n} = V(X)$

- في حالة توزيع تكراري على شكل قيم مفردة: $\mu_2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.(x_i-\bar{x})^2}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i.(x_i-\bar{x})^2 = V(X)$

- في حالة توزيع تكراري على شكل فئات: $\mu_2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.(c_i-\bar{x})^2}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i.(c_i-\bar{x})^2 = V(X)$

3- العلاقة بين العزوم المركزية والبسيطة:

لإيجاد العلاقة بين العزوم المركزية والعزوم البسيطة نقوم بنشر ثنائي نيوتن للمقدار: $\mu_k = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^k}{n}$

العزوم المركزية الخمسة الأولى بدلالة العزوم البسيطة هي:

$$k = 0 \Rightarrow \mu_0 = 1$$
$$k = 1 \Rightarrow \mu_1 = 0$$
$$k = 2 \Rightarrow \mu_2 = \frac{\sum X_i^2}{n} - \bar{X}^2 = m_2 - {m_1}^2$$
$$k = 3 \Rightarrow \mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^3}{n} = m_3 - 3m_1m_2 + 2{m_1}^3$$
$$k = 4 \Rightarrow \mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^4}{n} = m_4 - 4m_1m_3 + 6{m_1}^2m_2 - 3{m_1}^4$$

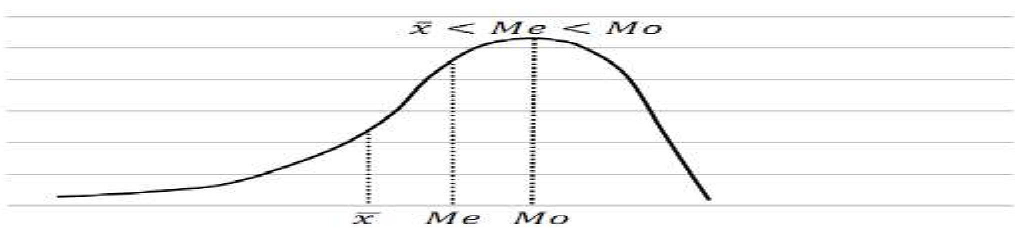
ثانيا -أشكال المنحنيات التكرارية:

يمكن أن يأخذ المنحنى التكراري أشكالا مختلفة منها ما يعبر عن حالة التناظر والالتواء ومنها ما يعبر عن حالة التفرطح والتطاول والتوزيع الطبيعي.

1- أشكال الإلتواء والتناظر :يمكن أن نميز بين ثلاث أشكال وهي:

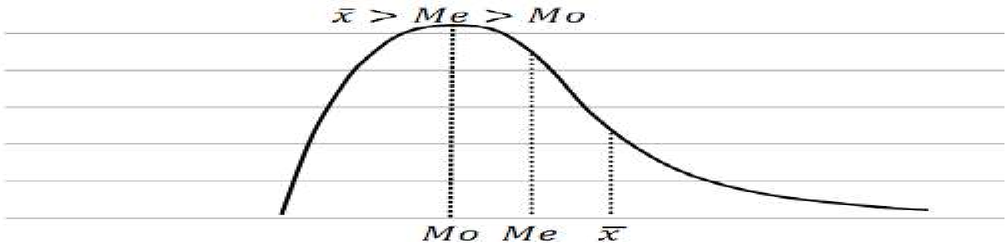
أ - توزيع ملتوي نحو اليسار:

في هذه الحالة نجد أن المساحة على يسار $\bar{X}$ أقل من المساحة على يمين $\bar{X}$ أي: $M_o > M_e > \bar{X}$ كما هو موضح من خلال الشكل التالي:



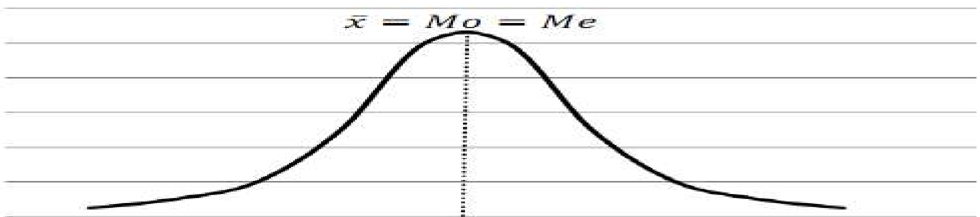
ب -توزيع ملتوي نحو اليمين:

في هذه الحالة نجد أن المساحة على يمين $\bar{X}$ أقل من المساحة على يسار $\bar{X}$ أي: $\bar{X} > M_e > M_o$ كما هو موضح من خلال الشكل التالي:



ج –توزيع متناظر:

في هذه الحالة نجد أن المساحة على يمين $\overline{X}$ تساوي المساحة على يسار $\overline{X}$ أي: $\overline{X} = M_e = M_o$ كما هو موضح من خلال الشكل التالي:



2– أشكال التفرطح والتطاول والتوزيع الطبيعي:

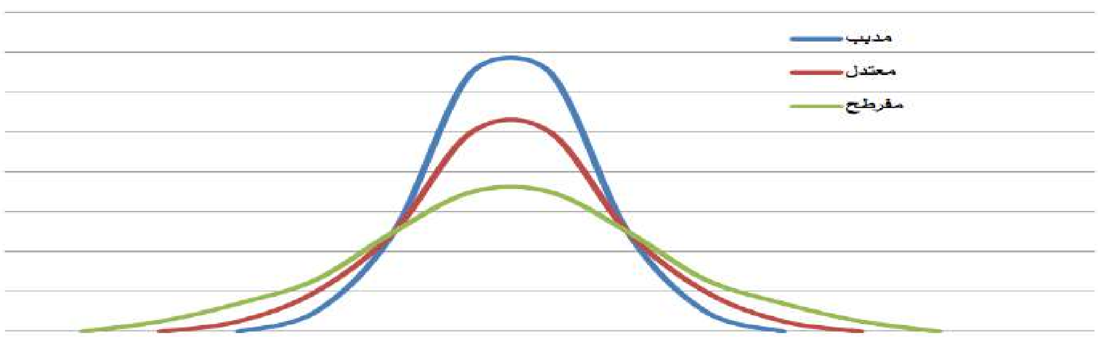
يمكن أن يأخذ المنحنى التكراري الأشكال التالية:

أ –توزيع متفرطح :هو توزيع متناظر في حين يكون تشتت البيانات كبير جدا.

ب –توزيع متطاول :هو توزيع متناظر في حين يكون تشتت البيانات ضعيف جدا.

ج –توزيع طبيعي :هو توزيع متناظر في حين يكون تشتت البيانات لا هو بالكبير ولا هو بالصغير(متوسط).

وعليه يمكن تلخيص أشكال هذه التوزيعات من خلال الشكل التالي:



ملاحظة:في أغلب الأحيان لا يكون شكل المنحنى التكراري واضحا مما يصعب علينا أن نحكم بالعين المجردة على نوع التوزيع (متناظر، ملتوي، مفرطح، مدبب أو طبيعي)، وعليه لا بد من مقاييس علمية حسابية للحكم على شكل المنحنى التكراري.

ثالثا –مقاييس الالتواء:

هناك عدة مقاييس للالتواء، أهمها:

1– معامل فيشر α_F :

يقيس هذا المعامل درجة التواء شكل التوزيع الإحصائي، ونعتمد في ذلك على قيمة العزم المركزي من الدرجة الثالثة لأن قيمته تساوي الصفر في حالة توزيع متناظر، ولاستبعاد وحدة القياس نقسمه على الانحراف المعياري من الدرجة نفسها أي: $\alpha_F = \frac{\mu_3}{\delta(X)^3}$.

حيث: μ_3 عبارة عن العزم المركزي من الدرجة الثالثة و$\delta(X)$ عبارة عن الانحراف المعياري.

- العزم المركزي من الدرجة الثالثة في حالة سلسلة إحصائية $\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^3}{n}$

- العزم المركزي من الدرجة الثالثة في حالة توزيع تكراري على شكل قيم مفردة: $\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.(x_i-\bar{x})^3}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i.(x_i-\bar{x})^3$

- العزم المركزي من الدرجة الثالثة في حالة توزيع تكراري على شكل فئات: $\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.(c_i-\bar{x})^3}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i.(c_i-\bar{x})^3$

يحتمل معامل فيشر للالتواء ثلاث حالات:- إذا كان $\alpha_F = 0$:منحنى التوزيع التكراري متناظر، وهذا يعني أن:$\bar{X} = M_e = M_o$.

- إذا كان $\alpha_F > 0$:منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليمين، وهذا يعني أن: $\bar{X} > M_e > M_o$.

- إذا كان $\alpha_F < 0$:منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليسار، وهذا يعني أن: $M_o > M_e > \bar{X}$.

ملاحظة :يعتبر معامل فيشر أدق مقاييس الالتواء والتفرطح لأنه يوظف كل البيانات بدون استثناء.

2- معامل بيرسون P:

نعلم أنه في حالة التوزيع المتناظر يتساوى كلا من المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال، وكلما قل تناظر التوزيع نحو اليمين أو اليسار اختلفت قيم هذه المتوسطات، وفي غالب الأحيان يقع الوسيط في ثلث المسافة بين المتوسط الحسابي والمنوال، ومعامل بيرسون للالتواء هو الفرق بين المتوسط الحسابي والمنوال مقسوما على الانحراف المعياري، أي: $P = \frac{(\bar{X}-M_o)}{\delta(X)}$ أو $P = \frac{3.(\bar{X}-M_e)}{\delta(X)}$.

يحتمل معامل بيرسون ثلاث حالات:- إذا كان $P = 0$:منحنى التوزيع التكراري متناظر، وهذا يعني أن:$\bar{X} = M_e = M_o$.

- إذا كان $P > 0$:منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليمين، وهذا يعني أن: $\bar{X} > M_e > M_o$.

- إذا كان $P < 0$:منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليمين اليسار، وهذا يعني أن: $M_o > M_e > \bar{X}$.

ملاحظة :يعتبر معامل بيرسون أقل دقة من معامل فيشر لأنه يعتمد على ثلاث مقاييس ولا يوظف كل البيانات فهو يعطينا فكرة أولية حول نوع التوزيع.

3-معامل يول وكندال $C_{Y.K}$:

يستعمل هذا المعامل في حالة الجداول المفتوحة، أما صيغته فهي: $C_{Y.K} = \frac{(Q_3-M_e)-(M_e-Q_1)}{(Q_3-M_e)+(M_e-Q_1)}$

يحتمل معامل يول وكندال ثلاث حالات:- إذا كان $C_{Y.K} = 0$:منحنى التوزيع التكراري متناظر، وهذا يعني أن:$\bar{X} = M_e = M_o$.

– إذا كان $C_{Y.K} > 0$:منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليمين، وهذا يعني أن: $\bar{X} > M_e > M_o$.

– إذا كان $C_{Y.K} < 0$:منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليمين اليسار، وهذا يعني أن: $M_o > M_e > \bar{X}$.

ملاحظة :يعتبر هذا المعامل أقل دقة من معامل فيشر، وهو يعطينا فكرة أولية حول التوزيع إذا كان الالتواء واضح.

رابعا –مقاييس التفرطح

هناك عدة مقاييس للتفرطح، أهمها:

–معامل فيشر β_F :

تستعمل هذه المقاييس في حالة التوزيعات المتناظرة، حيث يقيس هذا المعامل درجة التشتت من خلال شكل المنحنى،ونعتمد في ذلك على قيمة العزم المركزي من الدرجة الرابعة لأن قيمته 3 تساوي في حالة التوزيع الطبيعي أي التوزيع الذي يكون على شكل جرسي، ولاستبعاد وحدة القياس نقسمه على الانحراف المعياري من الدرجة نفسها،أي: $\beta_F = \frac{\mu_4}{\delta(X)^4} - 3$.

حيث: μ_4 عبارة عن العزم المركزي من الدرجة الرابعة و$\delta(X)$ عبارة عن الانحراف المعياري.

– العزم المركزي من الدرجة الرابعة في حالة سلسلة إحصائية: $\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^4}{n}$

– العزم المركزي من الدرجة الرابعة في حالة توزيع تكراري على شكل قيم مفردة: $\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.(x_i-\bar{x})^4}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i.(x_i-\bar{x})^4$

– العزم المركزي من الدرجة الرابعة في حالة توزيع تكراري على شكل فئات: $\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.(c_i-\bar{x})^4}{\sum n_i} = \sum_{i=1}^{k} f_i.(c_i - \bar{x})^4$

يحتمل معامل فيشر للتفرطح ثلاث حالات:– إذا كان $\beta_F = 0$: منحنى التوزيع التكراري طبيعي، أي غير متشتت كثيرا (متوسط).

– إذا كان $\beta_F < 0$: منحنى التوزيع التكراري متفرطح، أي تشتت كبير (قمة منبسطة).

– إذا كان $\beta_F > 0$:منحنى التوزيع التكراري متطاول (مدبب – قمة حادة) ، أي تشتت ضعيف.

وهناك مقياس آخر سهل ولكنه أقل دقة يستخدم في حالة البيانات المفتوحة وهو: $A = \frac{E_Q}{D_9 - D_1}$.

حيث: E_Q: الانحراف الربيعي، D_9 وD_1: العشيرين الأول والتاسع على الترتيب،وقد تبين بالتجربة والحساب أن:

– إذا كان $A = 0{,}263$: منحنى التوزيع التكراري طبيعي، أي غير متشتت كثيرا ولا متمركز كثيرا (متوسط).

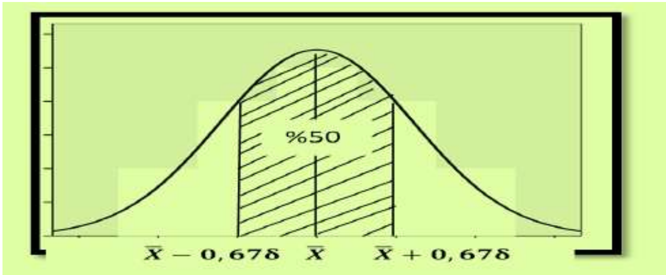
– إذا كان $A > 0{,}263$: منحنى التوزيع التكراري متفرطح، أي تشتت كبير (قمة منبسطة).

– إذا كان $A < 0{,}263$:منحنى التوزيع التكراري متطاول (مدبب – قمة حادة) ، أي تشتت ضعيف.

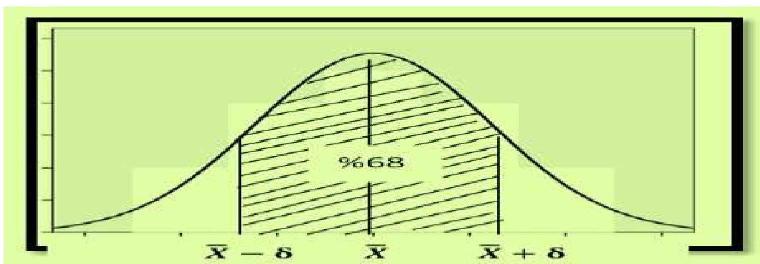
خامسا –حساب المساحات في حالة التوزيع المعتدل (الطبيعي):

يعتبر التوزيع الطبيعي من أكثر التوزيعات التكرارية التي تنطبق على مختلف الظواهر الاقتصادية والاجتماعية، والتوزيع الطبيعي هو كل توزيع تكراري يكون متناظر ومعتدل، أي يحقق الخصائص التالية: * $\bar{X} = M_e = M_o$، * $\beta_F = \alpha_F$.

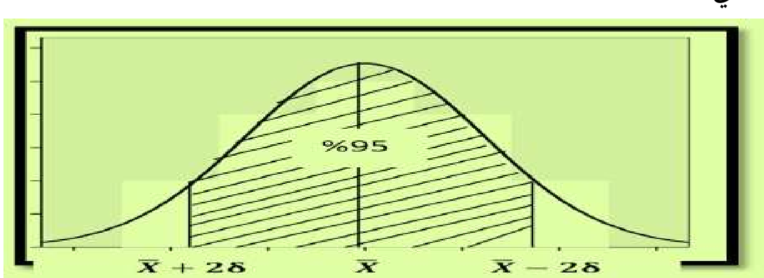
– فعند إسقاط خطين على بعد ثلثي انحراف معياري إلى يمين ويسار المتوسط الحسابي للتوزيع ،فإن المساحة التي يحصرها هذين الخطين تمثل 50%، أي: $(\overline{X}-\frac{2}{3}\delta(X)\leq X\leq\overline{X}+\frac{2}{3}\delta(X))=0{,}5$، ويمكن توضيحه في الشكل التالي:



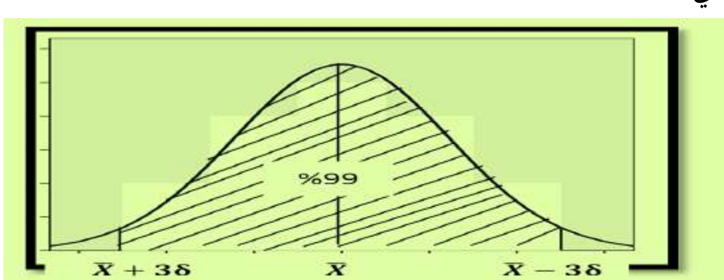
– أما عند إسقاط خطين على بعد انحراف معياري واحد إلى يمين ويسار المتوسط الحسابي للتوزيع ،فإن المساحة التي يحصرها هذين الخطين تمثل 68% تقريبا من المساحة الكلية تحت المنحنى، أي: $(\overline{X}-\delta(X)\leq X\leq\overline{X}+\delta(X))=0{,}68$، ويمكن توضيحه في الشكل التالي:



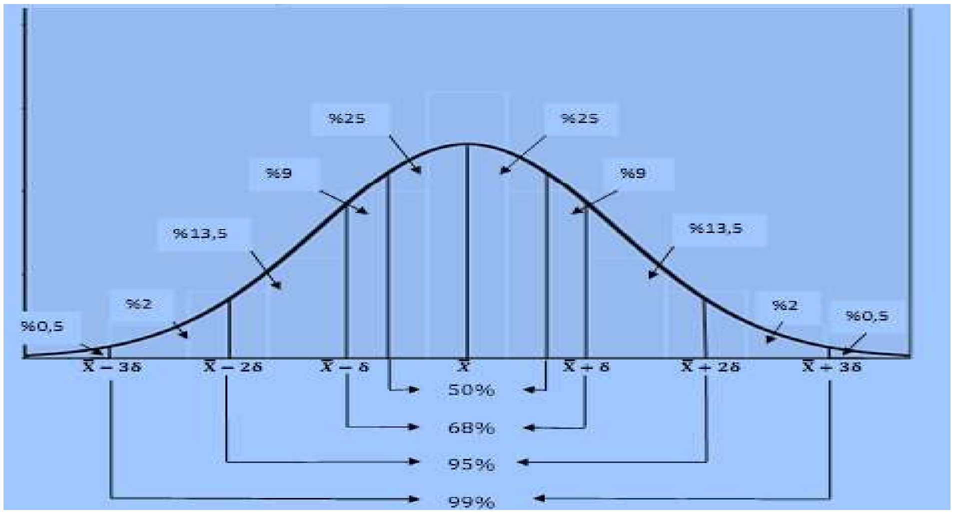
– في حين عند إسقاط خطين على بعد 2 انحراف معياري على جانبي المتوسط الحسابي للتوزيع ،فإن المساحة التي يحصرها هذين الخطين تمثل 95% تقريبا من المساحة الكلية تحت المنحنى، أي: $(\overline{X}-2\delta(X)\leq X\leq\overline{X}+2\delta(X))=0{,}95$، ويمكن توضيحه في الشكل التالي:



– وأخيرا عند إسقاط خطين على بعد 3 انحراف معياري على جانبي المتوسط الحسابي للتوزيع ،فإن المساحة التي يحصرها هذين الخطين تمثل 99% تقريبا من المساحة الكلية تحت المنحنى، أي: $(\overline{X}-3\delta(X)\leq X\leq\overline{X}+3\delta(X))=0{,}99$، ويمكن توضيحه في الشكل التالي:



والشكل التالي يوضح كل المساحات السابقة في تمثيل واحد:



تمرين:

أولا- ما هي وظيفة مقاييس الالتواء والتفرطح في تحليل نتائج الدراسة الإحصائية حول ظاهرة ما؟ أذكر أهم هذه المقاييس؟

ثانيا- أجريت دراسة إحصائية حول مردودية القمح بكل من الولايات: الجلفة والمسيلة وسطيف للموسم الزراعي 2000-2001 (وحدة القياس: قنطار/هكتار) حيث أعطت لنا المعلومات التالية:

ولاية الجلفة: أجريت الدراسة على عينة من 10 مزارع، تم حساب ما يلي:

$\sum_{i=1}^{10}(X_i-\bar{X})^4=1721$ $\qquad \sum_{i=1}^{10}(X_i-\bar{X})^3=1{,}1756$ $\qquad \sum_{i=1}^{10}X_i^2=1518{,}4$ $\qquad \sum_{i=1}^{10}X_i=120$

ولاية المسيلة: أجريت الدراسة على عينة من 15 مزرعة، تم حساب ما يلي:

$\mu_4=468$ $\qquad \mu_3=0.08575$ $\qquad \sum_{i=1}^{15}(Y_i-\bar{Y})^2=183{,}75$ $\qquad \sum_{i=1}^{15}Y_i=225$

ولاية سطيف: أجريت الدراسة على عينة من 25 مزرعة، تبين أن مردودية القمح بالولاية تتوزع طبيعيا،وأن 95% من المزارع تتراوح مردوديتها ما بين: 12ق/هـ و 20 ق/هـ .

1- أثبت أن: $V(X)=\frac{\sum X_i^2}{n}-\bar{X}^2$

2- أحسب المردودية المتوسطة والانحراف المعياري لكل ولاية؟

3- أحسب المردودية المتوسطة الكلية للولايات الثلاث ؟

4- قارن مستوى المردودية وكذلك التشتت في الولايات الثلاث؟ أي ولاية هي الأحسن من حيث المردودية؟

5- أدرس الالتواء والتفرطح على التوزيعات الثلاث؟

6- إذا اعتبرنا توزيع المزارع حسب مردوديتها طبيعيا في كلا من ولايتي الجلفة والمسيلة:

أ- أحسب نسبة المزارع في ولاية المسيلة التي تفوق مردوديتها 22 ق/ه؟

ب- أحسب نسبة المزارع في ولاية الجلفة التي تتراوح مردوديتها ما بين 14,8 ق/هـ و 20,4 ق/ه؟

ج- أحسب نسبة المزارع في ولاية سطيف التي تقل مردوديتها عن 14 ق/ه؟

حل التمرين:

أولا- وظيفة مقاييس الالتواء والتفرطح في تحليل نتائج الدراسة الإحصائية حول ظاهرة ما: مقاييس الالتواء والتفرطح هي مقاييس إحصائية تفيد وتستعمل لدراسة أشكال المنحنيات التكرارية أي دراسة الظاهرة من خلال شكل المنحنى التكراري الممثل للبيانات، حيث لكل شكل مدلول اقتصادي معين، **من أهم هذه المقاييس:**

- **مقاييس الالتواء:** معامل فيشر للالتواء، معامل بيرسون للالتواء،معامل يول وكندال.- **مقاييس التفرطح:** معامل فيشر للتفرطح، معامل بيرسون للتفرطح،معامل A.

ثانيا- 1- إثبات أن: $\mathbf{V(X)=\frac{\sum X_i^2}{n}-\bar{X}^2}$

$$V(X)=\frac{\sum(X_i-\bar{X})^2}{n}=\frac{\sum\left(X_i^2-2X_i\bar{X}+\bar{X}^2\right)}{n}=\frac{\sum X_i^2-2\bar{X}\sum X_i+\sum\bar{X}^2}{n}$$

ولدينا: $\sum\bar{X}^2=n\bar{X}^2$ و $\bar{X}=\frac{\sum X_i}{n}\Rightarrow\sum X_i=n\bar{X}$

ومنه: $V(X)=\frac{\sum X_i^2-2n\bar{X}^2+n\bar{X}^2}{n}=\frac{\sum X_i^2-n\bar{X}^2}{n}=\frac{\sum X_i^2}{n}-\frac{n\bar{X}^2}{n}$ أي: $\mathbf{V(X)=\frac{\sum X_i^2}{n}-\bar{X}^2}$

2- حساب المردودية المتوسطة والانحراف المعياري لكل ولاية:

- **ولاية الجلفة:- المردودية المتوسطة:** $\bar{X}=\frac{\sum_{i=1}^{10}X_i}{n}=\frac{120}{10}=12$ ق/هـ - **الانحراف المعياري:** $\delta(X)=\sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n}-\bar{X}^2}=\sqrt{\frac{1518,4}{10}-(12)^2}=2,8$ ق/هـ

- **ولاية المسيلة:- المردودية المتوسطة:** $\bar{Y}=\frac{\sum_{i=1}^{15}Y_i}{n}=\frac{225}{15}=15$ ق/هـ -**الانحراف المعياري:** $\delta(Y)=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{15}(Y_i-\bar{Y})^2}{n}}=\sqrt{\frac{183,75}{15}}=3,5$ ق/هـ

ولاية سطيف: لدينا 95% من المزارع تتراوح مردوديتها ما بين: 12ق/هـ و 20 ق/هـ ، وبما أن التوزيع طبيعي حسب المسألة فإن: 95% من المزارع تتراوح مردوديتها ما بين: $[\bar{Z}-2\delta(Z),\bar{Z}+2\delta(Z)]$، وبالتالي: $\begin{cases}\bar{Z}-2\delta(Z)=12\\ \bar{Z}+2\delta(Z)=20\end{cases}$ بحل جملة المعادلتين نحصل على: $\bar{Z}=16$ ق/ هـ و $\delta(Z)=2$ ق/هـ

3- حساب المردودية المتوسطة الكلية للولايات الثلاث: $\bar{T}=\frac{n_1\bar{X}+n_2\bar{Y}++n_3\bar{Z}}{n_1+n_2+n_3}=\frac{10(12)+15(15)+25(16)}{10+15+25}=14,9$ ق/هـ

4- المقارنة بين مستوى المردودية وكذلك التشتت في الولايات الثلاثة:

- **مقارنة مستوى المردودية:** بما أن $\bar{X}<\bar{Y}<\bar{Z}$ فإننا نقول على العموم مردودية القمح في ولاية سطيف أكبر مما هي عليه في ولايتي المسيلة والجلفة.

- **مقارنة التشتت:** بما أن $\bar{Z}\neq\bar{Y}\neq\bar{X}$ فإننا نستخدم مقاييس التشتت النسبية لمقارنة تشتت المردودية ، حيث نقوم بحساب كلا من CV_1 و CV_2 و CV_3 كما يلي:

$\mathbf{CV_1=\delta(X)\%}=\frac{\delta(X)}{\bar{X}}\times100=\frac{2,8}{12}\times100=23,33\%$ / $\mathbf{CV_2=\delta(Y)\%}=\frac{\delta(Y)}{\bar{Y}}\times100=\frac{3,5}{15}\times100=23,33\%$ / $\mathbf{CV_3=\delta(Z)\%}=\frac{\delta(Z)}{\bar{Z}}\times100=\frac{2}{16}\times100=12,5\%$

بما أن $CV_3<CV_2=CV_1$ فإننا نقول أن تشتت مردودية المزارع في ولاية سطيف أقل مما هي عليه في ولايتي الجلفة والمسيلة، أي أن الفوارق بين المزارع في مستوى المردودية المحققة بولاية سطيف أقل مما هي عليه في الولايتين الأخرتين.

- الولاية الأحسن من حيث المردودية هي ولاية سطيف لأن: مردوديتها أكبر والفوارق بين المزارع في مستوى المردودية المحققة أقل مما هي عليه في ولايتي الجلفة والمسيلة.

5- دراسة الالتواء والتفرطح على التوزيعات الثلاث:

- <u>**دراسة الالتواء:**</u>

- **ولاية الجلفة:** $\alpha_F=\frac{\mu_3}{[\delta(X)]^3}=\frac{\frac{1,1756}{10}}{[2,8]^3}=0,0053\approx0$

بما أن $\alpha_F\approx0$: فإن التوزيع متماثل أي 50% من المزارع تحقق مردودية أقل من 12 ق/هـ، و50% من المزارع تحقق مردودية أكبر من 12 ق/هـ .

- **ولاية المسيلة:** $\alpha_F=\frac{\mu_3}{[\delta(X)]^3}=\frac{0,08575}{[3,5]^3}=0,002\approx0$

بما أن $\alpha_F\approx0$: فإن التوزيع متماثل أي 50% من المزارع تحقق مردودية أقل من 15 ق/هـ، و50% من المزارع تحقق مردودية أكبر من 15 ق/هـ .

- **ولاية سطيف:** بما أن مردودية القمح بالولاية تتوزع طبيعيا فإن: $\alpha_F=0$

- <u>**دراسة التفرطح:**</u>

- **ولاية الجلفة:** $B_F=\frac{\mu_4}{[\delta(X)]^4}-3=\frac{\frac{1721}{10}}{[2,8]^4}-3=-0,2\approx0$ بما أن $B_F\approx0$: فإن التوزيع طبيعي .

- **ولاية المسيلة:** $B_F=\frac{\mu_4}{[\delta(X)]^4}-3=\frac{468}{[3,5]^4}-3=0,12\approx0$ بما أن $B_F\approx0$: فإن التوزيع طبيعي.

ولاية سطيف: بما أن مردودية القمح بالولاية تتوزع طبيعيا فإن: $B_F=0$.

6- إذا اعتبرنا توزيع المزارع حسب مردوديتها طبيعيا أيضا في كلا من ولايتي الجلفة والمسيلة:

أ- حساب نسبة المزارع في ولاية المسيلة التي تفوق مردوديتها 22 ق/هـ: $22=15+7=15+2(3,5)\Rightarrow\bar{Y}+2\sigma(Y)$

من خلال الشكل البياني لمنحنى التوزيع الطبيعي يتبين أن نسبة المزارع التي تفوق مردوديتها 22 ق/هـ تقدر بـــ: 2,5 %.

ب- حساب نسبة المزارع في ولاية الجلفة التي تتراوح مردوديتها ما بين 14,8 ق/هـ و 20,4 ق/هـ:

$$14{,}8 = 12 + 2{,}8 = 12 + 1(2{,}8) \Rightarrow \bar{X} + \sigma(X) \qquad 20{,}4 = 12 + 8{,}4 = 12 + 3(2{,}8) \Rightarrow \bar{X} + 3\sigma(X)$$

من خلال الشكل البياني لمنحنى التوزيع الطبيعي يتبين أن نسبة المزارع التي تتراوح مردوديتها ما بين 14,8 ق/هـ و 20,4 ق/هـ هي: 15,5%

ج- حساب نسبة المزارع في ولاية سطيف التي تقل مردوديتها عن 14 ق/هـ: $14 = 16 - 2 = 16 - 1(2) \Rightarrow \bar{Z} - \sigma(Z)$

من خلال الشكل البياني لمنحنى التوزيع الطبيعي يتبين أن نسبة المزارع التي تقل مردوديتها عن 14 ق/هـ تقدر بـــ: 16%.

امتحانات سابقة

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD **امتحان في مقياس الإحصاء1 (08 جانفي2017)** **المدة:ساعة ونصف**

التمرين الأول:(05 نقاط)

أجب باختصار على الأسئلة التالية:

1– عند مقارنة التشتت بين توزيعين أو أكثر؛ متى تستخدم مقاييس التشتت النسبية؟

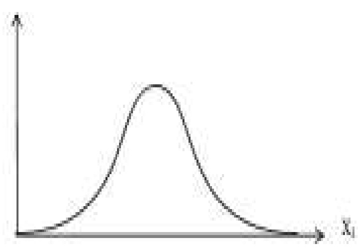
2– ما هو الشكل البياني المستعمل لتمثيل توزيع تكراري لمتغير إحصائي منفصل؟ ومتغير إحصائي متصل؟ متى نقوم بتصحيح التكرارات؟

3– ماذا تمثل العبارة التالية ؟ ما هي قراءتها الإحصائية؟ وما مدلولها؟: $\sum(x_i-\bar{x})^2 < \sum(x_i-x_\alpha)^2$، حيث: $\bar{x} \neq x_\alpha$

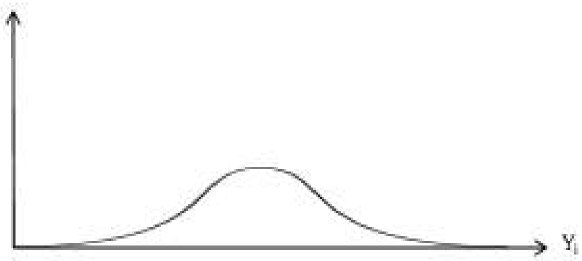
4– في سلسلة إحصائية، إذا كانت رتبة العشير السادس هي 60؛ ما هو حجم العينة التي أجريت عليها الدراسة؟

التمرين الثاني:(07 نقاط)

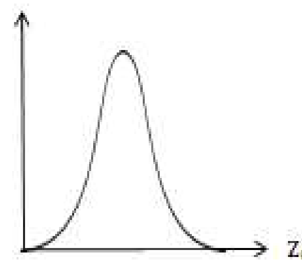
في دراسة إحصائية حول الأجر اليومي للعمال بالدينار الجزائري على ثلاث مؤسسات اقتصادية، تحصلنا على الأشكال التالية:



الشكل (1): المؤسسة A



الشكل (2): المؤسسة B



الشكل (3): المؤسسة C

1– بعد دراسة التفرطح للأشكال الثلاثة حصلنا على النتائج التالية لقيم معامل فيشر للتفرطح: $\beta_F = 1,82$ ،$\beta_F = 0$ ،$\beta_F = -1,502$

أ– على ماذا تدل كل قيمة من قيم β_F المحصل عليها؟ **ب–** ما هو الشكل الموافق لكل قيمة؟

2– بعد حساب قيمة معامل فيشر للالتواء α_F للشكل رقم (1) وجدناه معدوما، على ماذا يدل ذلك؟ ماذا تستنتج؟

3– إذا علمت أن متوسط الأجر اليومي لبيانات الشكل (1) يساوي 500دج والانحراف المعياري يساوي 10 دج.

أ– أحسب نسبة العمال الذين تفوق أجورهم 510 دج؟ **ب–** أحسب نسبة العمال الذين تتراوح أجورهم بين 480 دج و520 دج؟

التمرين الثالث:(08 نقاط)

في إطار دراسة إحصائية حول جودة المنتوج في أحد المؤسسات الصناعية تمت مراقبة وزن 80 قطعة غيار، فكانت النتائج التالية:

الأوزان (كلغ) x_i	$]15-20]$	$]20-25]$	$]25-30]$	$]30-35]$	$]35-40]$	**Σ**
عدد القطع n_i	10	18	30	15	07	**80**

لقد تم حساب ما يلي: $\sum_{i=1}^{5} n_i.(c_i-\bar{x})^2 = 2508,8$

1– أحسب متوسط أوزن القطع ، الوزن الوسيط ، الوزن المنوال؟ **2–** أحسب قيمة الانحراف المعياري؟

3– أرسم المنحنى التكراري؟ ماذا تستنتج من خلال الشكل والمقارنة بين المتوسطات المحسوبة في السؤال 1؟

4– في دراسة مماثلة على مؤسسة أخرى كانت النتائج كالتالي: متوسط أوزان لقطع يقدرب: 28كلغ، والانحراف المعياري يقدر بـ: 4كلغ. قارن في الدراستين: **أ–** مستوى الأوزان ؟ ، **ب–** تشتت الأوزان؟

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD **امتحان في مقياس الإحصاء1 (25 جانفي2018)** **المدة:ساعة ونصف**

التمرين الأول:(04 نقاط)

1– حدد كلا من: الوحدة الإحصائية، المجتمع الاحصائي، المتغير الاحصائي ونوعه في الحالتين التاليتين:

أ– توزيع عينة من 80 عاملا بإحدى المؤسسات الوطنية حسب مستواهم الدراسي.

ب– توزيع عينة من 300 مؤسسة صناعية بسطيف حسب مداخيلها الشهرية .

2– ماذا تمثل العبارة التالية: $\sum(x_i-\bar{x})^2<\sum(x_i-x_\alpha)^2$، ما هي قراءتها الإحصائية؟ وما هو مدلولها؟

التمرين الثاني:(06 نقاط)

تمثل البيانات التالية المعدلات السنوية في مادة الإحصاء لعينة من 30 طالبا تم اختيارهم من طلبة السنة الأولى بغرض تحليل النتائج:

8.5	08	7.75	7.5	6.75	05	4.5	2.5	1.5	00
11.5	11	11	10.75	10.5	10	10	9.75	9.5	9.25
19.5	17.5	16	16	15.5	13	13	12.75	12.5	11.75

1– اعرض هذه البيانات في جدول تكراري على شكل فئات:$[0-4[$،$[4-8[$،$[8-12[$، $[12-16[$، $[16-20]$ ؟

2– مثل بيانيا هذا التوزيع؟

3– أحسب الوسيط والمنوال (على الجدول) مع شرح النتائج؟

4– احسب العشير السابع (على الجدول) مع شرح النتيجة؟

5– ما هو عدد ونسبة الطلبة الذين تقل معدلاتهم عن 12؟

التمرين الثالث:(10 نقاط)

الجدول التالي يوضح المداخيل الشهرية لعينة من 40 أسرة، الوحدة: 10^4 دج.

المداخيل الشهرية x_i	$[0-2[$	$[2-4[$	$[4-6[$	$[6-8[$	**Σ**
عدد الأسر n_i	10	20	08	02	**40**

لدينا: $\sum_{i=1}^{4}n_i.(c_i-\bar{x})^4=761{,}43$ ،$\sum_{i=1}^{4}n_i.(c_i-\bar{x})^2=103{,}684$ ،$\sum_{i=1}^{4}n_i.(c_i-\bar{x})^3=80{,}88$.

1– أحسب متوسط المداخيل الشهرية والانحراف المعياري لهذا التوزيع؟

2– أدرس قضيتي الالتواء والتفرطح؟

3– إذا افترضنا أن توزيع المداخيل الشهرية على الأسر هو توزيع طبيعي، أحسب نسبة الأسر التي:

أ–يقل دخلها الشهري عن 3,1 و.ن؟،**ب–**يتراوح دخلها الشهري ما بين 1,49و4,71 و.ن؟،**ت–**يفوق دخلها الشهري 7,93 و.ن؟

4– في دراسة مماثلة على عينة أخرى من الأسر تبين أن متوسط المداخيل الشهرية يقدر ب: 2,9 و.ن وأن الانحراف المعياري يقدر ب: 1,8 و.ن، قارن مستوى وتشتت المداخيل الشهرية بين العينتين.

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD **امتحان في مقياس الإحصاء1 (جانفي2019)** **المدة:ساعة ونصف**

التمرين الأول:(04 نقاط)

لدينا سلسلة من البيانات الاحصائية:$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ ،حيث: $\bar{x} = 5$ ، $\delta(x) = 2$.

1– أحسب: $\sum x_i$ ،$\sum x_i{}^2$؟

2– أحسب: $\sum(x_i - \bar{x})^2$ ؟

3– أحسب التشتت النسبي؟

التمرين الثاني:(06 نقاط)

الجدول التالي يعطينا توزيع 30 مصنعا لانتاج الاسمنت حسب الانتاج الشهري (بالطن) في الجزائر.

الانتاج الشهري (طن)	[100 – 120[	[120 – 140[	[140 – 160[	[160 – 180[	[180 – 200[	[200 – 240[	**Σ**
عدد المصانع	3	5	5	8	3	6	**30**

1– مثل بيانيا هذا التوزيع؟

2– أحسب الانتاج المتوسط،الانتاج المنوال،الانتاج الوسيط ؟

3– أحسب العشير الثالث ؟

4– أحسب المدى المطلق والنسبي ؟

التمرين الثالث:(10 نقاط)

ورشة صناعية متخصصة في تعبئة مادة الفاصولياء في أكياس من 1كلغ (وزن معياري) تشتغل بآلتين، قام أحد مراقبي للانتاج بأخذ عينة عشوائية من إنتاج يوم واحد لكل آلة حجم كل واحدة 200 وحدة، فتحصل على النتائج التالية:

– الآلة أ: الوزن المتوسط: 1000 غرام، الانحراف المعياري: 20 غرام.

– الآلة ب: الوزن الاجمالي لوحدات العينة: 192×10^3غرام، الانحراف المعياري: 50 غرام.

1– حدد بالنسبة للآلة أ: الوحدة الاحصائية، المجتمع الإحصائي، المتغير الاحصائي، طبيعة المتغير الاحصائي؟

2– أحسب الوزن المتوسط للآلة ب؟

3– قارن بين الآلتين من حيث دقة الوزن والتشتت؟

4– إذا افترضنا أن توزيع الآلة "أ" طبيعيا:

أ– حدد الصيغة الرياضية وقيمة معامل الالتواء ومعامل التفرطح؟

ب– أحسب نسبة وعدد الأكياس التي:– يقل وزنها عن 1000 غرام،– التي يفوق وزنها 980 غرام،– التي يتراوح وزنها ما بين: 1020غ و1040غ؟

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD **امتحان في مقياس الإحصاء1 (06 فيفري 2020)** **المدة:ساعة ونصف**

التمرين الأول:(**04 نقاط**)

أولا : أكمل العبارات التالية بالكلمات المناسبة:

1– ماذا يساوي طول الفئة حسب قاعدة ستورجس؟

2– ما هي العبارة الرياضية الدالة على ان المتوسط الحسابي هو الأقرب إلى بيانات السلسلة الإحصائية من أي قيمة أخرى؟

3– ما هي رتبة العشير السادس D_6 في حالة بيانات سلسلة إحصائية؟

ثانيا : لتكن المعطيات التالية والخاصة بأوزان 8 أشخاص كما يلي: $\sum_{i=1}^{8} x_i^2 = 30659$، $\sum_{i=1}^{8} x_i = 495$.

1– أحسب المتوسط الحسابي؟

2– أحسب التباين؟

3– أحسب الانحراف المعياري؟

التمرين الثاني:(**08 نقاط**)

البيانات التالية تمثل عدد الأشجار المثمرة المملوكة من طرف 20 فلاح.

70، 74، 76، 69، 71، 70، 69، 74، 77، 70، 76، 74، 75، 71، 74، 73، 71، 73، 74، 75.

1– أعرض البيانات في جدول توزيع تكراري؟

2– أحسب التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة النسبية المئوية ومثلها بيانيا؟

3– أحسب كلا من: المتوسط الحسابي، الوسيط والربيع الثالث والمنوال على السلسلة مع الشرح؟

4– ما هو عدد ونسبة الفلاحين الذين يتراوح عدد أشجارهم المثمرة ما بين 70 و75 شجرة؟

التمرين الثالث:(**08 نقاط**)

الجدول التالي يمثل توزيع عينة من العمال بإحدى مؤسسات القطاع الخاص حسب الأجر (**الوحدة**: **الآلاف**).

الأجور	[62 – 66[	[66 – 70[	[70 – 74[	[74 – 78[	[78 – 82[	[82 – 86[	[86 – 90[
عدد العمال	3	8	20	21	14	10	4

إذا علمت أن: $\sum_{i=1}^{7} n_i.(c_i - \bar{x})^4 = 227150.95$، $\sum_{i=1}^{7} n_i.(c_i - \bar{x})^3 = 5105{,}37$ ، $\sum_{i=1}^{7} n_i.(c_i - \bar{x})^2 = 2708{,}98$.

1– أحسب كل من : المتوسط الحسابي، الوسيط، المنوال؟ **2**– مثل بيانيا هذا التوزيع،استنتج شكل التوزيع؟

3– في دراسة مماثلة بمؤسسة أخرى تبين أن الأجر المتوسط يقدر ب: 78 وحدة نقدية، وأن التباين يقدر ب: 20، قارن مستوى وتشتت الأجور في المؤسستين؟ **4**– أدرس قضيتي الالتواء والتفرطح؟

5– إذا افترضنا أن هذا التوزيع طبيعي، أحسب نسبة العمال الذين:**أ**– تفوق أجورهم 72,16 وحدة نقدية ؟، **ب**– تتراوح أجورهم بين 72,16 و93,48 وحدة نقدية ؟، **ج**– تقل أجورهم 64,43 وحدة نقدية ؟

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD **امتحان في مقياس الإحصاء1 (2021)** **المدة:ساعة ونصف**

الاسم واللقب:..........................**رقم التسجيل:**........................**الفوج:**.....**الفرع:**..... **متنقل بدين: نعم** ☐ **لا** ☐

التمرين الأول:(06 نقاط)

1– لمعرفة الثروة الحيوانية الخاصة بالأبقار الحلوب في ولاية سطيف، أجريت دراسة على عينة من 30 مزرعة خاصة؛ حدد مايلي:

الهدف العام من الدراسة	الهدف الإحصائي	المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوع المتغير الإحصائي	الطريقة الملائمة	أسلوب الدراسة
....	....	....	....	....	....	....	....

2– يتم تعديل (تصحيح) التكرارات عندما تكون أطوال الفئات غير متساوية في حالتين، أذكرهما؟

الحالة الأولى:..**والحالة الثانية:**..

3– إليك العبارة: $\sum_1^k (x_i - \overline{x})^2 < \sum_1^k (x_i - x_\propto)^2$، حيث: $x_\propto \neq \overline{x}$؛ ماهي قراءتها الإحصائية؟ وما مدلولها الإحصائي؟

قراءتها:..

مدلولها:..

التمرين الثاني:(06 نقاط)

إليك هذه البيانات التي تمثل عدد الوفيات في الجزائر جرّاء فيروس كورونا المستجد (covid19)، خلال شهر جانفي 2021 حسب موقع وزارة الصحة والسكان وإصلاح المستشفيات:

6، 7، 3، 5، 5، 4، 6، 6، 5، 4، 5، 4، 3، 3، 5، 4، 5، 4، 3، 6، 4، 3، 5، 2، 3، 5، 6، 4، 3، 4، 3.

1– ما هو المتغير الإحصائي المدروس وما طبيعته؟

المتغير:..**طبيعته:**..

2– أعرض هذه البيانات في جدول توزيع تكراري؟ ثم أحسب التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة النسبية؟

عدد الوفيات (x_i)	عدد الأيام (n_i)	f_i	$F_i^{\uparrow}$	$F_i^{\downarrow}$	$n_i.x_i$
$\sum$					

3– أحسب متوسط عدد الوفيات في اليوم الواحد مع الشرح؟

....

الشرح:..

....

4– ما هو عدد الأيام التي تكون فيها حالات الوفاة تتراوح مابين 3 و5؟

....

5– استنتج قيمة المنوال مع الشرح؟ وكيف يسمى هذا التوزيع؟

قيمة المنوال:..

الشرح:..

يطلق على هذا التوزيع بـ:..

أقلب الورقة

التمرين الثالث: (08 نقاط)

الجدول التالي يبين النفقات اليومية لعينة من 150 طالب بإحدى الكليات في جامعة سطيف1 (الوحدة النقدية:دج).

النفقات	**عدد الطلبة**					
[50 - 100[	6					
[100- 150[	15					
[150- 200[	45					
[200- 300[	78					
[300- 350[	6					
$\sum$	**150**					

1– ما هو المتغير الإحصائي المدروس؟ وما نوعه؟

المتغير:...**نوعه**:...

2– مثل بيانيا هذا التوزيع؟ ثم استنتج قيمة المنوال بيانيا؟ وتأكد من ذلك حسابيا واشرحها؟ **<u>التمثيل البياني</u>:**

حسابيا:...

....

....

....

الشرح:...

....

3– أوجد النفقات اليومية المتوسطة لهؤلاء الطلبة؟

....

....

4– أوجد عدد ونسبة الطلبة الذين تقل نفقاتهم اليومية عن 200 دينار جزائري؟

العدد هو:.. **والنسبة هي**:...

5– أوجد قيمة الوسيط، والربيع الأول واشرح النتيجة؟

قيمة الوسيط:..

....

الشرح:...

قيمة الربيع الأول:..

....

الشرح:...

6– استنتج نسبة وعدد الطلبة الذين تتراوح نفقاتهم اليومية ما بين 200 دج و211,54 دج؟

....

....

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

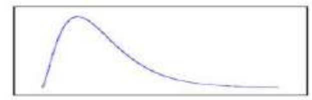
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم التعليم الأساسي

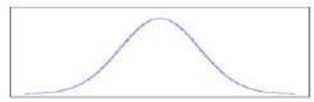
السنة الأولى LMD **امتحان في مقياس الإحصاء1 (16 جانفي2022)** **المدة:ساعة ونصف**

التمرين الأول:(04 نقاط)

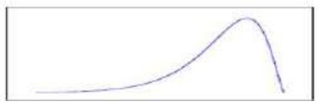
1– أجريت دراسة إحصائية على عينة حجمها n حول أطوال الطلبة بالسنتيمتر في ثلاث كليات بإحدى الجامعات الجزائرية، فتحصلنا على الأشكال التالية:



الشكل (3): الكلية C



الشكل (2): الكلية B



الشكل (1): الكلية A

– بعد دراسة الأشكال الثلاثة تحصلنا على النتائج التالية لقيم معامل فيشر للالتواء: $\alpha_F = 2,63$، $\alpha_F = -2,04$، $\alpha_F = 0$.

أ– على ماذا تدل كل قيمة من قيم α_F المحصل عليها؟ **ب–** ما هو الشكل الموافق لكل قيمة من قيم α_F؟

2– إذا كانت رتبة المئوي الثامن وثمانون هي 264 في حالة سلسلة إحصائية؛ فما هو حجم العينة التي أجريت عليها هذه الدراسة الإحصائية؟

التمرين الثاني:(07 نقاط)

بعد تفشي وباء "كوفيد19 " في الجزائر على غرار كل دول العالم، انتشرت ظاهرة استهلاك المكمل الغذائي"الزنك"، مما أدى إلى ندرته في الصيدليات وبغرض التأكد من توفره بالولايات المتضررة نظرا لكونه جزءا هاما من البروتوكول الخاص لعلاج هذا الوباء،تمت معاينة 36 صيدلية، فكانت عدد العلب المباعة من الزنك خلال اليوم الواحد كالتالي: **6، 7، 7،3، 5، 5، 4، 6، 6، 5، 4، 5، 4، 3، 2،3، 2، 4، 5، 4، 3، 4،7،6، 3، 6، 2، 3، 5، 6، 4، 3، 4، 3،7،2.**

1– ما هو المتغير الإحصائي المدروس وما هو نوعه؟

2– بعد عرض البيانات في جدول توزيع تكراري، أحسب التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة النسبية ثم مثلها بيانيا؟

3– أحسب متوسط عدد العلب المباعة من الزنك خلال اليوم الواحد (على الجدول) مع الشرح؟

4– استنتج قيمة المنوال مع الشرح؟ وكيف يسمى هذا التوزيع؟

5– ما هو عدد ونسبة الصيدليات التي تكون فيها عدد العلب المباعة من الزنك تتراوح مابين 4 و6؟

التمرين الثالث: (09 نقاط)

ورشة صناعية متخصصة في تعبئة سائل معقم اليدين في قارورات بلاستيكية ، قام مراقبي جودة المنتوج بمراقبة وزن 80 قارورة، فتحصل على النتائج التالية:

الوزن (غرام) x_i	]20 − 15]	]25 − 20]	]30 − 25]	]35 − 30]	]40 − 35]	**Σ**
عدد القارورات n_i	10	15	30	15	10	**80**

لقد تم حساب ما يلي: $\sum_{i=1}^{5} n_i.(c_i-\bar{x})^2 = 2750$ ، $\sum_{i=1}^{5} n_i.(c_i-\bar{x})^4 = 218750$.

1– أحسب متوسط أوزان القارورات ، الوزن الوسيط ، الوزن المنوال؟ **2–** أحسب قيمة الانحراف المعياري؟

3– أحسب نسبة وعدد القارورات التي يتراوح وزنها ما بين: 22 غ و33 غ؟

4– أحسب عدد ونسبة القارورات التي يتراوح وزنها ما بين: 22,5 غ و32,5 غ؟ **5–** أرسم المنحنى التكراري؟

6– في دراسة مماثلة على ورشة صناعية ثانية كانت النتائج كالتالي: متوسط أوزان القارورات يقدربـ: 30 غ، والتباين يقدر بـ: 4، قارن بين الدراستين من ناحية: **أ–** مستوى الأوزان؟ ، **ب–** تشتت الأوزان؟

7– أدرس قضيتي الالتواء والتفرطح على الورشة الصناعية الأولى؟

8– إذا افترضنا أن توزيع أوزان القارورات للورشة الصناعية الأولى هو توزيع طبيعي، أحسب نسبة القارورات التي:

أ– يفوق وزنها 27,5 غ؟ ، **ب–** يتراوح وزنها ما بين: 33,36 غ و39,22 غ؟ ، **ج–** يتراوح وزنها ما بين: 21,64 غ و31,41 غ؟

– بالتوفيق للجميع –

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD **الامتحان الاستدراكي في مقياس الإحصاء1 (2017)** **المدة:ساعة ونصف**

التمرين الأول:(06 نقاط)

1– حدد كلا من: الوحدة الإحصائية، المجتمع الاحصائي، المتغير الاحصائي ونوعه في كل حالة من الحالات التالية:

أ– توزيع طلبة السنة الأولى بكلية الاقتصاد بجامعة سطيف حسب معدلاتهم.

ب– توزيع عينة من 200 مؤسسة صناعية بسطيف حسب نوع الصناعة (غذائية، الكترونية،...).

ت– توزيع عينة من 5000 مهاجر عربي بأوروبا حسب مستواهم الدراسي.

2– ما هي وظيفة مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت في تحليل نتائج الدراسة الأحصائية حول ظاهرة ما؟ وما هو أهم مقياس لكل حالة؟

3– يعتبر المتوسط الحسابي أدق مقاييس النزعة المركزية، برر ذلك؟ ما هي العبارة الرياضية الدالة على ذلك؟

التمرين الثاني:(06 نقاط)

الجدول التالي يوضح توزيع عينة من 40 مزرعة حسب عدد الأبقار الحلوب:

عدد الأبقار الحلوب	n_i	$N_i^{\uparrow}$	$N_i^{\downarrow}$
3	؟	7	؟
4	؟	14	؟
5	13	؟	؟
6	8	؟	؟
7	3	؟	؟
8	؟	؟	2
المجموع	؟	–	–

المطلوب:

1– أكمل الفراغات الموجودة في الجدول؟

2– مثل بيانيا هذا التوزيع التكراري؟

3– أحسب كلا من: $\overline{X}$،M_o؟

4– ما هي نسبة المزارع التي تملك 7 أبقار حلوب؟

5– ما هو عدد المزارع التي تملك أقل من 8 أبقار حلوب؟

6– ما هو عدد المزارع التي تملك من 5 إلى 7 أبقار حلوب؟

التمرين الثالث:(08 نقاط)

الجدول التالي يوضح المداخيل الشهرية لعينة من 40 أسرة، الوحدة: 10^4 دج.

المداخيل الشهرية x_i	$]2-0]$	$]4-2]$	$]6-4]$	$]8-6]$	Σ
عدد الأسر n_i	10	20	08	02	**40**

لدينا: $\sum_{i=1}^{4} n_i.(c_i-\overline{x})^4 = 763,43$ ،$\sum_{i=1}^{4} n_i.(c_i-\overline{x})^2 = 103,684$ ،$\sum_{i=1}^{4} n_i.(c_i-\overline{x})^3 = 80,88$.

1– أحسب كلا من: $\overline{X}$،M_e، المئوي 67 ثم اشرح النتائج؟ **2–** أدرس قضيتي الالتواء والتفرطح؟

3– إذا افترضنا أن توزيع المداخيل الشهرية على الأسر هو توزيع طبيعي، أحسب نسبة الأسر التي دخلها الشهري:

أ– يقل عن 3,1 و.ن؟، **ب–** يتراوح ما بين 1,49و4,71 و.ن؟، **ت–** يفوق 7,93 و.ن؟

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD **الامتحان الاستدراكي في مقياس الإحصاء1 (2018)** **المدة:ساعة ونصف**

التمرين الأول:(04 نقاط)

1– لتكن لدينا السلسلة الإحصائية التالية: 4- 12- 16 - 11-7.

– أثبت حسابيا أن المتوسط الحسابي لهذه البيانات هو الأقرب لها من أي قيمة أخرى (نفرض: $x_\alpha = 9$)؟

2– ماذا نستنتج عن شكل المنحنى في كل حالة:

– الوسط الحسابي للتوزيع أكبر من المنوال؟

– وسيط التوزيع أكبر من الوسط الحسابي؟

– المنوال = الوسيط = الوسط الحسابي؟

التمرين الثاني:(06 نقاط)

الجدول التالي يبين عدد أجهزة الكمبيوتر المملوكة من طرف الأسرة الواحدة لعينة تتكون من 40 أسرة:

عدد أجهزة الكمبيوتر	نسبة الأسر
0	0.15
1	0.2
2	0.3
3	0.2
4	0.15
المجموع	1

المطلوب:

1– حدد كل من المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي ونوعه؟

2– أحسب متوسط عدد أجهزة الكمبيوتر المملوكة من طرف الأسرة الواحدة مع الشرح؟

3– حدد المنوال واشرحه؟

4– ما هو عدد ونسبة الأسر التي تملك أقل من 2جهاز كمبيوتر، وما هو عدد ونسبة الأسر التي تملك أكثر من أو يساوي 3 أجهزة كمبيوتر؟

التمرين الثالث:(10 نقاط)

الجدول التالي يوضح توزيع عينة من 50 أسرة حسب الكمية المستهلكة من السمك في الشهر الواحد، (الوحدة:100غ):

x_i	n_i
]20 – 10]	8
]30 – 20]	5
]40 – 30]	9
]50 – 40]	18
]60 – 50]	6
]70 – 60]	4
المجموع	50

المطلوب:

1– حدد كل من المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي ونوعه؟

2– مثل بيانيا هذا التوزيع الإحصائي؟

3– أحسب المتوسط الحسابي، المنوال، الوسيط، الربيع الأول، الانحراف المعياري؟

4– إذا اعتبرنا توزيع الأسر حسب الكمية المستهلكة من السمك تتوزع طبيعيا:

أ– أحسب نسبة الأسر التي يفوق استهلاكها 48,96 (100غ) ؟

ب– أحسب نسبة الأسر التي يقل استهلاكها عن 39,2 (100غ) ؟

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD **الامتحان الاستدراكي في مقياس الإحصاء1 (2019)** **المدة:ساعة ونصف**

التمرين الأول:(04 نقاط)

ليكن التوزيع الإحصائي للأجور اليومية لعينة من 620 عامل في أحد المصانع.

الأجور(دج)	[500 – 600[	[600 – 700[	[700 – ؟[	[؟ – 900[	[900 – 1000[
عدد العمال	100	80	240	160	؟
مركز الفئات			725		

1– حدد كل من المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي ونوعه؟

2– أكمل معطيات الجدول؟

3– مثل بيانيا هذا الجدول؟

التمرين الثاني:(08 نقاط)

الجدول التالي يعطينا توزيع عينة من 40 سيارة من نوع "أ" حسب كمية البنزين المستهلكة في 100 كلم (الوحدة: لتر).

الاستهلاك	[5 – 6[	[6 – 7[	[7 – 8[	[8 – 9[	[9 – 10[	المجموع
عدد السيارات	3	10	20	5	2	40

1– مثل بيانيا هذا التوزيع؟

2– أحسب: المتوسط الحسابي، العشير الرابع، المئوي 36 ؟

3– إذا علمت أن التباين يساوي 0.8444، أحسب الانحراف المعياري النسبي (معامل الاختلاف) ؟

4– في دراسة مماثلة على سيارات من نوع "ب" تبين أن الاستهلاك المتوسط يقدر بـ: 7.5 لتر والانحراف المعياري يقدر بـ: 1.2 لتر، قارن مستوى الاستهلاك والتشتت بين النوعين، أيهما أفضل؟

التمرين الثالث:(08 نقاط)

تمتلك أحد المؤسسات الصناعية وحدتين إنتاجيتين ، وبغرض دراسة ظاهرة التغيب في الوحدتين ، أجريت دراسة خاصة حيث تحصلنا على النتائج التالية:

– **الوحدة الأولى:** المدة المتوسطة للتغيب للعامل الواحد سنويا = 35 يوم، التباين= 36 .

– **الوحدة الثانية:** عدد العمال 400 عامل، المدة الكلية للتغيب خلال السنة = 8000 يوم، الانحراف المعياري النسبي:15%.

1– أحسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري في الوحدة الثانية؟

2– قارن ظاهرة التغيب والتشتت بين الوحدتين، ماهي أحسن وحدة في رأيك ؟

3– أحسب على الوحدة الثانية :**أ**– نسبة وعدد العمال الذين تتراوح مدة تغيبهم بين الربيع الأول والربيع الثالث؟

ب– نسبة وعدد العمال الذين تتراوح مدة تغيبهم بين المئوي 47 والمئوي 95؟

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD **الامتحان الاستدراكي في مقياس الإحصاء1 (2020)** **المدة:ساعة**

التمرين الأول:(08 نقاط)

للتعرف عل درجة رضا الطلبة بجامعة سطيف 1 على الخدمات الجامعية المقدمة، قررت مديرية الخدمات إجراء درسة إحصائية حول الموضوع تشمل خدمات الإيواء، الإطعام، النقل، المنحة.

1– حدد الهدف العام من الدراسة؟

2– ما هي المتغيرات الإحصائية المدروسة وما نوعها؟

3– حدد المجتمع الإحصائي والوحدة الإحصائية؟

4– ما هي الطريقة الملائمة لجمع البيانات في هذه الحالة مع التعليل؟

التمرين الثاني:(12 نقطة)

إليك التوزيع التالي الخاص بعينة من 100 طالب حسب عدد الغيابات في السداسي الأول:

عدد الغيابات	0	1	2	3	4	5	**المجموع**
عدد الطلبة	22	18	15	25	12	8	100

1– حدد كلا من: الوحدة الإحصائية، المجتمع الاحصائي، المتغير الاحصائي ونوعه؟

2– مثل بيانيا هذا التوزيع التكراري؟

3– أحسب التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة ؟

4– أحسب كلا من: $\bar{X}$،M_e، M_o مع الشرح؟

5– أحسب نسبة الطلبة الذين:

أ– تقل غياباتهم عن 2؟

ب– تفوق غياباتهم عن 3؟

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD **الامتحان الاستدراكي في مقياس الإحصاء1 (2021)** **المدة:ساعة ونصف**

الاسم واللقب:...........................**رقم التسجيل:**..........................**الفوج:**.....**الفرع:**..... **متنقل بدين:نعم** ☐ **لا** ☐

التمرين الأول:(05 نقاط)

أكمل العبارات التالية بما يناسبها:

– في حالة المتغير الإحصائي المتصل؛ فإن نقطة تقاطع بين المنحنى التجميعي الصاعد والنازل تعبر عن مقياس إحصائي هو:

....

– رتبة الربيع الثاني في حالة بيانات سلسلة إحصائية (قبل التبويب) هي: ....

– باستخدام قاعدة ستورجس؛ فإن عدد الفئات هو: ....

– الخصائص الرياضية التي تدل على أن المتوسط الحسابي هو أحسن وأدق مقاييس النزعة المركزية هي:

1–.. 2–..

التمرين الثاني:(07 نقاط)

الجدول التالي يوضح توزيع عينة من 120 مزرعة حسب عدد الأبقار الحلوب:

عدد الأبقار الحلوب	n_i	$N_i^{\uparrow}$	$N_i^{\downarrow}$
3		21	
4		42	
5	39		
6	24		
7	9		
8			6
المجموع		-	-

المطلوب:

1– ما هو المتغير الإحصائي المدروس وما طبيعته؟

المتغير: ....**طبيعته:**..............................

2– أكمل الفراغات الموجودة في الجدول؟

3– استنتج قيمة المنوال مع الشرح؟

قيمة المنوال:...

الشرح:..

4– أحسب المتوسط الحسابي، ثم مثل بيانيا هذا التوزيع التكراري؟

حساب المتوسط الحسابي:

....

....

....

الشرح:..

....

التمثيل البياني

5– ما هو عدد المزارع التي تمتلك من 5 إلى 7 أبقار حلوب؟ ....

التمرين الثالث: (08 نقاط)

الجدول التالي يبين مبيعات 360 محل تجاري خلال أسبوع:

المبيعات	عدد المحلات			
[10 - 20[	30			
[20 - 30[	54			
[30 - 40[	60			
[40 - 50[	116			
[50 - 60[	52			
[60 - 70[	28			
[70 - 80[	20			
$\sum$	360			

1– ما هو المتغير الإحصائي المدروس؟ وما نوعه؟

المتغير:..**نوعه**:..

2– مثل بيانيا هذا التوزيع؟ ثم استنتج قيمة المنوال بيانيا؟ وتأكد من ذلك حسابيا واشرحها؟ **التمثيل البياني**

حسابيا:..

....

....

....

الشرح:..

....

3– أوجد المبيعات المتوسطة لهؤلاء المحلات؟

....

....

4– أوجد قيمة الوسيط، والعشير السادس واشرح النتيجة؟

قيمة الوسيط:..

الشرح:..

قيمة العشير السادس:..

الشرح:..

5– استنتج نسبة وعدد المحلات الذين تتراوح مبيعاتهم ما بين 43.1 و46.2 و.ن؟..

....

حلول امتحانات سابقة

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD الحل النموذجي للامتحان في مقياس الإحصاء1 (08 جانفي2017) المدة:ساعة ونصف

حل التمرين الأول:(05 نقاط)

الإجابة باختصار على الأسئلة التالية:

1– تستخدم مقاييس التشتت النسبية عند مقارنة التشتت بين توزيعين أو أكثر:لما تكون مقاييس النزعة المركزية غير متساوية.

2– الشكل البياني المستعمل لتمثيل توزيع تكراري لمتغير إحصائي منفصل: بواسطة الأعمدة.

– الشكل البياني المستعمل لتمثيل توزيع تكراري لمتغير إحصائي متصل: بواسطة المدرج التكراري.

– نقوم بتصحيح التكرارات: عندما تكون أطوال الفئات غير متساوية.

3– **العبارة التالية:** $\sum(\mathbf{x_i}-\bar{\mathbf{x}})^2 < \sum(\mathbf{x_i}-\mathbf{x_\alpha})^2$ ، **حيث:** $\bar{\mathbf{x}} \neq \mathbf{x_\alpha}$: تمثل خاصية من الخواص الرياضية للمتوسط الحسابي.

– قراءتها الإحصائية: مجموع مربع انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي أقل من مجموع مربعات انحراف نفس القيم عن أي قيمة أخرى.

– مدلولها: تدل هذه العبارة على أن المتوسط الحسابي أقرب إلى البيانات x_i من أي قيمة أخرى.

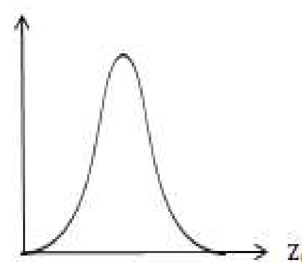
4– حجم العينة التي أجريت عليها الدراسة إذا كانت رتبة العشير السادس هي 60 في سلسلة إحصائية:

$$D_6 = \frac{6(n+1)}{10} \Rightarrow 60 = \frac{6(n+1)}{10} \Rightarrow n = \frac{(60\times 10)-6}{6} = \frac{594}{6} = 99$$

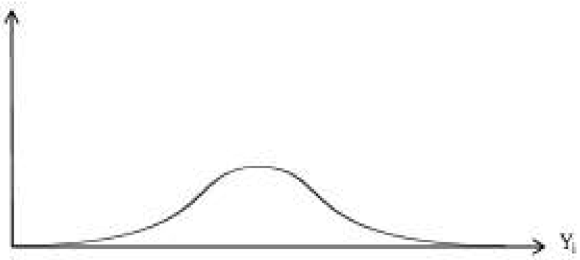
حل التمرين الثاني:(07 نقاط)

التمرين الثاني:(07 نقاط)

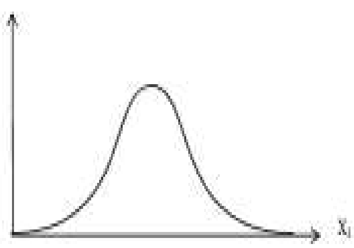
في دراسة إحصائية حول الأجر اليومي للعمال بالدينار الجزائري على ثلاث مؤسسات اقتصادية، تحصلنا على الأشكال التالية:



الشكل (3): المؤسسة C



الشكل (2): المؤسسة B



الشكل (1): المؤسسة A

1– بعد دراسة التفرطح للأشكال الثلاثة كانت النتائج التالية لقيم معامل فيشر للتفرطح: $\boldsymbol{\beta_F = 1,82}$ ، $\boldsymbol{\beta_F = 0}$ ،$\boldsymbol{\beta_F = -1,502}$

أ– دلالة كل قيمة من قيم $\boldsymbol{\beta_F}$ المحصل عليها:

$\boldsymbol{\beta_F = 1,82}$: توزيع مدبب.

$\boldsymbol{\beta_F = 0}$: توزيع طبيعي.

$\boldsymbol{\beta_F = -1,502}$: توزيع مفرطح.

ب- الشكل الموافق لكل قيمة:

الشكل (1): المؤسسة A: $\beta_F = 0 \leftarrow$: توزيع طبيعي.

الشكل (2): المؤسسة B: $\beta_F = -1,502 \leftarrow$: توزيع مفرطح.

الشكل (3): المؤسسة C: $\beta_F = 1,82 \leftarrow$: توزيع مدبب.

2- الدلالة لما تكون قيمة معامل فيشر للالتواء α_F للشكل رقم (1) معدومة: توزيع الأجور متماثل (متناظر).

- الاستنتاج: توزيع طبيعي (معتدل) أي توزيع متناظر ذو تشتت متوسط لأن ($\alpha_F = 0$) و($\beta_F = 0$).

3- علما أن متوسط الأجر اليومي لبيانات الشكل (1) يساوي 500دج والانحراف المعياري يساوي 10 دج.

أ- حساب نسبة العمال الذين تفوق أجورهم 510 دج:

$$510 = \overline{X} + \alpha\delta(X) \Rightarrow 510 = 500 + \alpha(10) \Rightarrow \alpha = \frac{510 - 500}{10} = 1 \Rightarrow (\%68)2\text{قاعدة}$$

إذن النسبة هي: 16%.

ب- حساب نسبة العمال الذين تتراوح أجورهم بين 480 دج و520 دج:

$$480 = \overline{X} + \alpha\delta(X) \Rightarrow 480 = 500 + \alpha(10) \Rightarrow \alpha = \frac{500 - 480}{10} = 2 \Rightarrow (\%95)3\text{قاعدة}$$

$$520 = \overline{X} + \alpha\delta(X) \Rightarrow 520 = 500 + \alpha(10) \Rightarrow \alpha = \frac{520 - 500}{10} = 2 \Rightarrow (\%95)3\text{قاعدة}$$

إذن النسبة هي: 95%.

حل التمرين الثالث:(08 نقاط)

في إطار دراسة إحصائية حول جودة المنتوج في أحد المؤسسات الصناعية تمت مراقبة وزن 80 قطعة غيار، فكانت النتائج التالية:

الأوزان (كلغ) x_i	عدد القطع n_i	c_i	$n_i.c_i$	$N_i^{\uparrow}$
]20 − 15]	10	17.5	175	10
]25 − 20]	18	22.5	405	28
]30 − 25]	30	27.5	825	58
]35 − 30]	15	32.5	487.5	73
]40 − 35]	7	37.5	262.5	80
Σ	**80**	−	**2155**	−

1- حساب متوسط أوزن القطع ، الوزن الوسيط ، الوزن المنوال:

- حساب متوسط أوزن القطع:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.c_i}{\sum n_i} = \frac{2155}{80} = 26,94\text{كلغ}$$

- حساب الوزن الوسيط:

- الفئة الوسيطية هي:]25 − 30]: لأن: $N_{M_e}^{\uparrow} \geq \frac{n}{2} \geq \frac{80}{2} = 40$

$$M_e = L_{M_e} + \left[\left(\frac{\frac{n}{2} - N_{M_{e-1}}^{\uparrow}}{n_{M_e}}\right).A_{M_e}\right] = 25 + \left[\left(\frac{40-28}{30}\right).(30-25)\right] = 25 + \left[\left(\frac{40-28}{30}\right).(5)\right] = 27\ \text{كلغ}$$

– حساب الوزن المنوال:

الفئة المنوالية هي:$[25-30[$

حيث أن: $\Delta_1 = 30 - 18 = 12$ ، $\Delta_2 = 30 - 15 = 15$

وبالتالي فإن: $M_o = L_{M_o} + \left[\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right).A_{M_o}\right]$

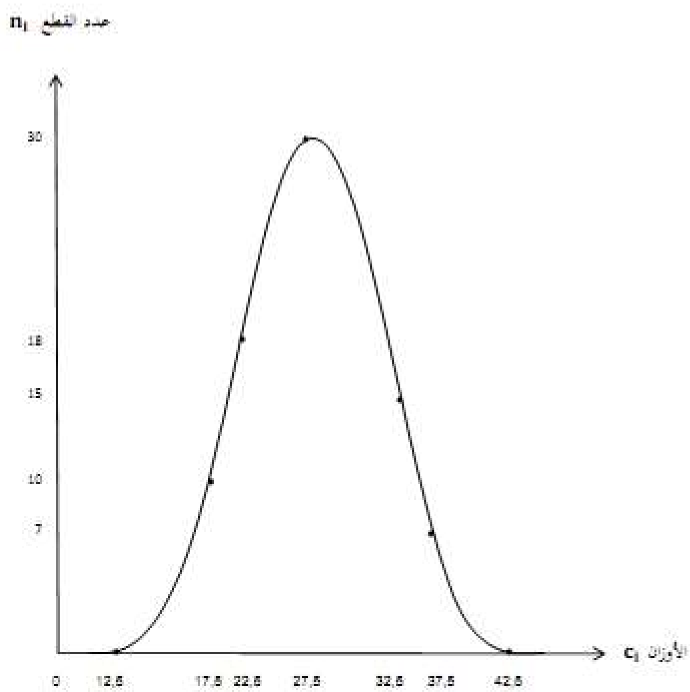
$M_o = 25 + \left[\left(\frac{12}{12+15}\right).(30-25)\right] = 27{,}22$ كلغ

2– حساب قيمة الانحراف المعياري:

$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5} n_i.(c_i-\bar{x})^2}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{2508{,}8}{80}} = \sqrt{31.36} = 5{,}6$ كلغ

3– رسم المنحنى التكراري واستنتاج من خلال الشكل والمقارنة بين المتوسطات المحسوبة في السؤال 1:

– رسم المنحنى التكراري:



– استنتاج من خلال الشكل والمقارنة بين المتوسطات المحسوبة في السؤال 1:

بما أن: $\bar{X} \simeq M_e \simeq M_o \simeq 27$ فإن توزيع الأوزان تقريبا متناظر.

4– في دراسة مماثلة على مؤسسة أخرى كانت النتائج كالتالي: متوسط أوزان لقطع يقدربـ: 28كلغ، والانحراف المعياري يقدر بـ: 4كلغ.

أ– مقارنة مستوى الأوزان :

$\bar{X}_1 = 26{,}94$ $\qquad$ $\bar{X}_2 = 28$

نلاحظ أن: $\bar{X}_2 > \bar{X}_1$ وعليه فإنه على العموم مستوى أوزان القطع في المؤسسة الثانية أكبر مما هي عليه في المؤسسة الأولى.

ب– مقارنة تشتت الأوزان: بما أن: $\bar{X}_1 \neq \bar{X}_2$ فإننا نستخدم مقاييس التشتت النسبية لمقارنة أوزان القطع بين المؤسستين:

المؤسسة الأولى: $CV_1 = \delta(X_1)\% = \frac{\delta(X_1)}{\bar{X}} \times 100 = \frac{5,6}{26,94} \times 100 = 20,79\ \%$

المؤسسة الثانية: $CV_2 = \delta(X_2)\% = \frac{\delta(X_2)}{\bar{X}} \times 100 = \frac{4}{28} \times 100 = 14,29\ \%$

- بما أن: $CV_1 > CV_2$ فإننا نقول أن تشتت أوزان القطع في المؤسسة الأولى أكبر مما هي عليه في المؤسسة الثانية ، أي أن الفوارق في أوزان القطع أكبر في المؤسسة الأولى ، وعليه فإن أوزان القطع للمؤسسة الثانية أكثر تجانسا من أوزان القطع للمؤسسة الأولى.

ومنه على العموم مستوى أوزان القطع في المؤسسة الثانية أكبر مما هي عليه في المؤسسة الأولى ،كما أن أوزان القطع للمؤسسة الثانية أكثر تجانسا مقارنة مع أوزان القطع للمؤسسة الأولى ، وعليه المؤسسة الثانية أفضل من المؤسسة الأولى من ناحية أوزان القطع.

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD الحل النموذجي للامتحان الاستدراكي في مقياس الإحصاء1 (2017) المدة:ساعة ونصف

حل التمرين الأول:(06 نقاط)

1– تحديد كلا من: الوحدة الإحصائية، المجتمع الاحصائي، المتغير الاحصائي ونوعه في كل حالة من الحالات التالية:

أ– توزيع طلبة السنة الأولى بكلية الاقتصاد بجامعة سطيف حسب معدلاتهم.

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوعه
جميع طلبة السنة الأولى بكلية الاقتصاد بجامعة سطيف.	طالب واحد السنة الأولى بكلية الاقتصاد بجامعة سطيف.	المعدل.	كمي متصل.

ب– توزيع عينة من 200 مؤسسة صناعية بسطيف حسب نوع الصناعة (غذائية، الكترونية،...).

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوعه
جميع المؤسسات الصناعية بسطيف.	مؤسسة صناعية واحدة.	نوع الصناعة.	كيفي غير قابل للترتيب.

ت– توزيع عينة من 5000 مهاجر عربي بأوروبا حسب مستواهم الدراسي.

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوعه
جميع المهاجرين العرب بأوروبا.	مهاجر عربي واحد بأوروبا.	المستوى الدراسي.	كيفي قابل للترتيب.

2– وظيفة مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت في تحليل نتائج الدراسة الأحصائية حول ظاهرة ما، وأهم مقياس لكل حالة:

– **وظيفة مقاييس النزعة المركزية وأهم مقياس لها:** قياس مستوى الظاهرة المدروسة، أما أهم المقياس هو:المتوسط الحسابي.

– **وظيفة مقاييس التشتت وأهم مقياس لها:** قياس مدى تجانس الظاهرة المدروسة، أما أهم المقياس هو:الانحراف المعياري.

3– المبرر الذي يؤكد على أن المتوسط الحسابي أدق مقاييس النزعة المركزية ، والعبارة الرياضية الدالة على ذلك:

– **المبرر الذي يؤكد على أن المتوسط الحسابي أدق مقاييس النزعة المركزية** : المتوسط الحسابي هو الأقرب إلى بيانات السلسلة الإحصائية من أي قيمة أخرى.

– **العبارة الرياضية الدالة على ذلك:** $\sum(x_i-\bar{x})^2<\sum(x_i-x_\alpha)^2$ ، حيث: $\bar{x}\neq x_\alpha$.

حل التمرين الثاني:(06 نقاط)

الجدول التالي يوضح توزيع عينة من 40 مزرعة حسب عدد الأبقار الحلوب:

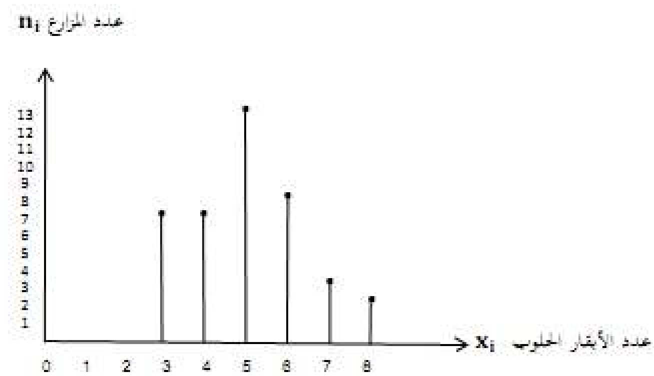
1– تكملة الفراغات الموجودة في الجدول:

$$\sum n_i = 40$$
$$n_1 = N_1^{\uparrow} = 7$$
$$n_2 = N_2^{\uparrow} - n_1 = 14 - 7 = 7$$
$$n_6 = \sum n_i - (n_1+n_2+n_3+n_4+n_5) = 40 - (7+7+13+8+3) = 2$$

$N_3^{\uparrow} = N_2^{\uparrow} + n_3 = 14 + 13 = 27$
$N_4^{\uparrow} = N_3^{\uparrow} + n_4 = 27 + 8 = 35$
$N_5^{\uparrow} = N_4^{\uparrow} + n_5 = 35 + 3 = 38$
$N_6^{\uparrow} = \sum n_i = N_5^{\uparrow} + n_6 = 38 + 2 = 40$
$N_1^{\downarrow} = \sum n_i = 40$
$N_2^{\downarrow} = N_1^{\downarrow} - n_1 = 40 - 7 = 33$
$N_3^{\downarrow} = N_2^{\downarrow} - n_2 = 33 - 7 = 26$
$N_4^{\downarrow} = N_3^{\downarrow} - n_3 = 26 - 13 = 13$
$N_5^{\downarrow} = N_4^{\downarrow} - n_4 = 13 - 8 = 5$

عدد الأبقار الحلوب x_i	عدد المزارع n_i	$N_i^{\uparrow}$	$N_i^{\downarrow}$	$n_i.x_i$
3	07	07	40	21
4	07	14	33	28
5	13	27	26	65
6	08	35	13	48
7	03	38	05	21
8	02	40	02	16
Σ	**40**	–	–	**199**

2– التمثيل البياني لهذا التوزيع التكراري:



3– حساب كلا من: $\bar{X}$،M_o:

– حساب $\bar{X}$:

$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.x_i}{\sum n_i} = \frac{199}{40} = 4,975 \simeq 5$ أبقار

– حساب M_o:

المنوال (M_o) هو قيمة المتغير الاحصائي x_i المرافقة لأكبر تكرار في جدول التوزيع التكراري، وعليه:$M_o = 5$.

4– نسبة المزارع التي تملك 7 أبقار حلوب:

العدد هو:3 مزارع، **والنسبة هي**: $\begin{matrix} 40 \longrightarrow 100\% \\ 3 \longrightarrow x \end{matrix} \Rightarrow x = \frac{3\times100}{40} = 7,5\%$.

5– عدد المزارع التي تملك أقل من 8 أبقار حلوب:

العدد هو: $7+7+13+8+3=38$ مزرعة أي قيمة $(\mathbf{N_5^{\uparrow}})$.

6– عدد المزارع التي تملك من 5 إلى 7 أبقار حلوب:

العدد هو: $13+8+3=24$ مزرعة.

حل التمرين الثالث:(08 نقاط)

الجدول التالي يوضح المداخيل الشهرية لعينة من 40 أسرة، الوحدة: 10^4 دج.

المداخيل الشهرية x_i	عدد الأسر n_i	c_i	$n_i.c_i$
$]2-0]$	10	1	10
$]4-2]$	20	3	60
$]6-4]$	08	5	40
$]8-6]$	02	7	14
Σ	**40**	-	**124**

1– حساب كلا من: $\mathbf{M_o}$،$\bar{X}$، المئوي 67 مع شرح النتائج:

– حساب $\bar{X}$ مع الشرح:

$$\bar{X}=\frac{\sum_{i=1}^{k}n_i.c_i}{\sum n_i}=\frac{124}{40}=3{,}1.10^4 \text{دج}$$

الشرح: يقدر متوسط المداخيل الشهرية للأسرة الواحدة بـ:3100دج.

– حساب $\mathbf{M_e}$ مع الشرح:

– الفئة الوسيطية هي: $]4-2]$ لأن: $N_{M_e}^{\uparrow}\geq\frac{n}{2}\geq\frac{40}{2}=20$

$$M_e=L_{M_e}+\left[\left(\frac{\frac{n}{2}-N_{M_{e-1}}^{\uparrow}}{n_{M_e}}\right).A_{M_e}\right]=2+\left[\left(\frac{20-10}{20}\right).(4-2)\right]=2+\left[\left(\frac{25-22}{18}\right).(2)\right]=3.10^4 \text{دج}$$

الشرح: 50% من الأسر مداخيلهم الشهرية تقل عن 3000دج بينما 50% الباقية من الأسر مداخيلهم الشهرية تفوق 3000دج.

– حساب المئوي 67 مع الشرح:

– فئة المئوي 67 هي: $]4-2]$ لأن: $N_{C_{67}}^{\uparrow}\geq\frac{67n}{100}\geq\frac{67\times40}{100}=26.8$

$$C_{36}=L_{C_{67}}+\left[\left(\frac{\frac{67n}{100}-N_{C_{67-1}}^{\uparrow}}{n_{C_{67}}}\right).A_{C_{67}}\right]=2+\left[\left(\frac{26.8-10}{20}\right).(4-2)\right]=2+\left[\left(\frac{14.4-13}{20}\right).(2)\right]=3.67\ .10^4 \text{دج}$$

الشرح: 67% من الأسر مداخيلهم الشهرية تقل عن 3670دج بينما 33% الباقية من الأسر مداخيلهم الشهرية تفوق 3670دج.

2– دراسة قضيتي الالتواء والتفرطح:

أ– دراسة قضية الالتواء :

$$\alpha_F=\frac{\mu_3}{\delta(X)^3}=\frac{\frac{\sum_{i=1}^{4}n_i.(c_i-\bar{x})^3}{\sum n_i}}{\delta(X)^3}=\frac{\frac{80{,}88}{40}}{(1{,}61)^3}=\frac{2{,}022}{4{,}17328}=0{,}48$$

بما أن: $\alpha_F\simeq0$ فالتوزيع متماثل مع وجود التواء طفيف نحو اليمين.

ب- دراسة قضية التفرطح:

$$\beta_F = \frac{\mu_4}{\delta(X)^4} - 3 = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{4} n_i.(c_i - \bar{x})^4}{\sum n_i}}{\delta(X)^4} - 3 = \frac{\frac{761,43}{40}}{(1,61)^4} - 3 = \frac{19,03575}{6,71898} - 3 = -0,166$$

بما أن: $\beta_F \simeq 0$ فالتوزيع طبيعي مع وجود تفرطح طفيف.

3- فرضا أن توزيع المداخيل الشهرية على الأسر هو توزيع طبيعي:

3- أ- حساب نسبة الأسر التي دخلها الشهري يقل عن 3,1 و.ن:

ما أن: $\bar{X} = M_e = M_o = 3,1$ فإن: النسبة هي: 50%.

3- ب- حساب نسبة الأسر التي دخلها الشهري يتراوح ما بين 1,49و4,71 و.ن:

$$1,49 = \bar{X} - \alpha\delta(X) \Rightarrow 1,49 = 3,1 - \alpha(1,61) \Rightarrow \alpha = \frac{3,1 - 1,49}{1,61} = 1 \Rightarrow (\%68)2_{\text{قاعدة}}$$

$$4,71 = \bar{X} + \alpha\delta(X) \Rightarrow 4,71 = 3,1 + \alpha(1,61) \Rightarrow \alpha = \frac{4,71 - 3,1}{1,61} = 1 \Rightarrow (\%68)2_{\text{قاعدة}}$$

إذن النسبة هي: 68%.

3- ت- حساب نسبة الأسر التي دخلها الشهري يفوق 7,93 و.ن:

$$7,93 = \bar{X} + \alpha\delta(X) \Rightarrow 7,93 = 3,1 + \alpha(1,61) \Rightarrow \alpha = \frac{7,93 - 3,1}{1,61} = 3 \Rightarrow (\%99)4_{\text{قاعدة}}$$

اذن النسبة هي: 0,5% .

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD الحل النموذجي للامتحان في مقياس الإحصاء1 (25 جانفي2018) المدة:ساعة ونصف

حل التمرين الأول:(04 نقاط)

1– تحديد كلا من: الوحدة الإحصائية، المجتمع الاحصائي، المتغير الاحصائي ونوعه في الحالتين التاليتين:

أ– توزيع عينة من 80 عاملا بإحدى المؤسسات الوطنية حسب مستواهم الدراسي.

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوعه
جميع عمال المؤسسة.	عامل واحد.	المستوى الدراسي.	كيفي قابل للترتيب.

ب– توزيع عينة من 300 مؤسسة صناعية بسطيف حسب مداخيلها الشهرية .

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوعه
جميع المؤسسات الصناعية بسطيف.	مؤسسة صناعية واحدة.	المداخيل الشهرية.	كمي متصل.

2– تمثل العبارة التالية: $\sum(x_i-\bar{x})^2<\sum(x_i-x_\alpha)^2$: خاصية من خصائص المتوسط الحسابي.

– **قراءتها الإحصائية:** مجموع مربع انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي أقل من مجموع مربعات انحراف نفس القيم عن أي قيمة أخرى.

– **مدلولها:** المتوسط الحسابي هو الأقرب إلى بيانات السلسلة الإحصائية من أي قيمة أخرى.

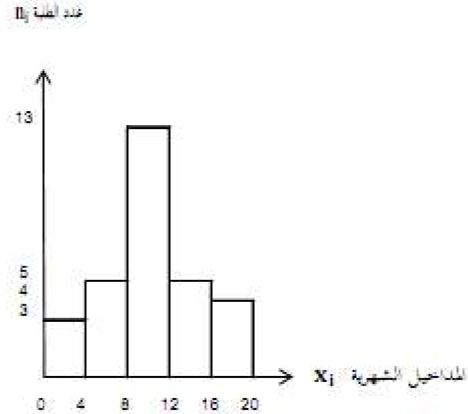
حل التمرين الثاني:(06 نقاط)

تمثل البيانات التالية المعدلات السنوية في مادة الإحصاء لعينة من 30 طالبا تم اختيارهم من طلبة السنة الأولى بغرض تحليل النتائج:

1– عرض هذه البيانات في جدول تكراري على شكل فئات:$[0-4[$،$[4-8[$،$[8-12[$ ،$[12-16[$ ،$[16-20[$:

المعدلات السنوية x_i	عدد الطلبة n_i	$N_i^{\uparrow}$
$]4-0]$	03	03
$]8-4]$	05	08
$]12-8]$	13	21
$]16-12]$	05	26
$]20-16]$	04	30
$\boldsymbol{\Sigma}$	**30**	–

2- التمثيل البياني لهذا التوزيع:



3- حساب الوسيط والمنوال (على الجدول) مع شرح النتائج:

- حساب الوسيط و (على الجدول) مع شرح النتيجة:

- الفئة الوسيطية هي: $[8-12[$ لأن: $N^{\uparrow}_{M_e} \geq \frac{n}{2} \geq \frac{30}{2} = 15$

$$M_e = L_{M_e} + \left[\left(\frac{\frac{n}{2} - N^{\uparrow}_{M_{e-1}}}{n_{M_e}}\right).A_{M_e}\right] = 8 + \left[\left(\frac{15-8}{13}\right).(12-8)\right] = 8 + \left[\left(\frac{15-8}{13}\right).(4)\right] = 10{,}15$$

الشرح: 50% من الطلبة معدلاتهم تقل عن 10,15 بينما 50% الباقية من الطلبة معدلاتهم تفوق 10,15.

- حساب المنوال (على الجدول) مع شرح النتيجة:

الفئة المنوالية هي: $[8-12]$

حيث أن: $\Delta_1 = 13 - 5 = 8$ ، $\Delta_2 = 13 - 5 = 8$

وبالتالي فإن: $M_o = L_{M_o} + \left[\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right).A_{M_o}\right]$

$$M_o = 8 + \left[\left(\frac{8}{8+8}\right).(12-8)\right] = 10$$

الشرح: أغلبية الطلبة معدلاتهم تقدر بـ: 10 .

4- حساب العشير السابع (على الجدول) مع شرح النتيجة:

- فئة العشير السابع هي: $[8-12[$ لأن: $N^{\uparrow}_{D_7} \geq \frac{7n}{10} \geq \frac{7\times30}{10} = 21$

$$D_7 = L_{D_3} + \left[\left(\frac{\frac{7n}{10} - N^{\uparrow}_{D_{7-1}}}{n_{D_{73}}}\right).A_{D_7}\right] = 8 + \left[\left(\frac{21-8}{13}\right).(12-8)\right] = 8 + \left[\left(\frac{21-8}{13}\right).(4)\right] = 12$$

الشرح: 70% من الطلبة معدلاتهم تقل عن 12 بينما 30% الباقية من الطلبة معدلاتهم تفوق 12.

5- عدد ونسبة الطلبة الذين تقل معدلاتهم عن 12:

العدد هو: $3 + 5 + 13 = 21$ طالب، **والنسبة هي:** $\begin{matrix} 30 \longrightarrow 100\% \\ 21 \longrightarrow x \end{matrix} \Rightarrow x = \frac{21\times100}{30} = 70\%$.

حل التمرين الثالث:(10 نقاط)

الجدول التالي يوضح المداخيل الشهرية لعينة من 40 أسرة، الوحدة: 10^4 دج.

$n_i.c_i$	c_i	عدد الأسر n_i	المداخيل الشهرية x_i
10	1	10	]2 − 0]
60	3	20	]4 − 2]
40	5	08	]6 − 4]
14	7	02	]8 − 6]
124	-	**40**	**Σ**

1− حساب متوسط المداخيل الشهرية والانحراف المعياري لهذا التوزيع:

− حساب المداخيل الشهرية:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.c_i}{\sum n_i} = \frac{124}{40} = 3{,}1.10^4$$ دج

− حساب الانحراف المعياري لهذا التوزيع:

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{4} n_i.(c_i - \overline{x})^2}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{103{,}684}{40}} = \sqrt{2.5921} = 1{,}61\ .10^4$$ دج

2− دراسة قضيتي الالتواء والتفرطح:

أ− دراسة قضية الالتواء :

$$\alpha_F = \frac{\mu_3}{\delta(X)^3} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{4} n_i.(c_i - \overline{x})^3}{\sum n_i}}{\delta(X)^3} = \frac{\frac{80{,}88}{40}}{(1{,}61)^3} = \frac{2{,}022}{4{,}17328} = 0{,}48$$

بما أن: $\alpha_F \simeq 0$ فالتوزيع متماثل مع وجود التواء طفيف نحو اليمين.

ب− دراسة قضية التفرطح:

$$\beta_F = \frac{\mu_4}{\delta(X)^4} - 3 = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{4} n_i.(c_i - \overline{x})^4}{\sum n_i}}{\delta(X)^4} - 3 = \frac{\frac{761{,}43}{40}}{(1{,}61)^4} - 3 = \frac{19{,}03575}{6{,}71898} - 3 = -0{,}166$$

بما أن: $\beta_F \simeq 0$ فالتوزيع طبيعي مع وجود تفرطح طفيف.

3− بما أن توزيع المداخيل الشهرية على الأسر هو توزيع طبيعي:

3− أ− حساب نسبة الأسر التي يقل دخلها الشهري عن 3,1 و.ن:

بما أن: $\overline{X} = M_e = M_o = 3{,}1$ فإن: النسبة هي: 50%.

3− ب− حساب نسبة الأسر التي يتراوح دخلها الشهري ما بين 1,49و4,71 و.ن:

$$1{,}49 = \overline{X} - \alpha\delta(X) \Rightarrow 1{,}49 = 3{,}1 - \alpha(1{,}61) \Rightarrow \alpha = \frac{3{,}1 - 1{,}49}{1{,}61} = 1 \Rightarrow (\%68)2$$ قاعدة

$$4{,}71 = \overline{X} + \alpha\delta(X) \Rightarrow 4{,}71 = 3{,}1 + \alpha(1{,}61) \Rightarrow \alpha = \frac{4{,}71 - 3{,}1}{1{,}61} = 1 \Rightarrow (\%68)2$$ قاعدة

إذن النسبة هي: 68%.

3− ت− حساب نسبة الأسر التي يفوق دخلها الشهري 7,93 و.ن:

$$7{,}93 = \overline{X} + \alpha\delta(X) \Rightarrow 7{,}93 = 3{,}1 + \alpha(1{,}61) \Rightarrow \alpha = \frac{7{,}93 - 3{,}1}{1{,}61} = 3 \Rightarrow (\%99)4$$ قاعدة

اذن النسبة هي: 0,5% .

4– في دراسة مماثلة على عينة أخرى من الأسر تبين أن متوسط المداخيل الشهرية يقدر بـ: 2,9 و.ن وأن الانحراف المعياري يقدر بـ: 1,8 و.ن، مقارنة مستوى وتشتت المداخيل الشهرية بين العينتين.

$\overline{X}_1 = 3{,}1$ $\qquad\qquad$ $\overline{X}_2 = 2{,}9$

أ– مقارنة مستوى المداخيل الشهرية بين العينتين: نلاحظ أن: $\overline{X}_1 > \overline{X}_2$ وعليه فإنه على العموم مستوى المداخيل الشهرية في العينة الأولى أكبر مما هي عليه في العينة الثانية.

ب– مقارنة تشتت المداخيل الشهرية بين العينتين: بما أن: $\overline{X}_1 \neq \overline{X}_2$ فإننا نستخدم مقاييس التشتت النسبية لمقارنة المداخيل الشهرية بين العينتين:

العينة الأولى: $CV_1 = \delta(X_1)\% = \frac{\delta(X_1)}{\overline{X}} \times 100 = \frac{1{,}61}{3{,}1} \times 100 = 51{,}9\ \%$

العينة الثانية: $CV_2 = \delta(X_2)\% = \frac{\delta(X_2)}{\overline{X}} \times 100 = \frac{1{,}8}{2{,}9} \times 100 = 62\ \%$

- بما أن: $CV_2 > CV_1$ فإننا نقول أن تشتت المداخيل الشهرية في العينة الثانية أكبر مما هي عليه في العينة الأولى ، أي أن الفوارق في المداخيل الشهرية أكبر في العينة الثانية ، وعليه فإن المداخيل الشهرية للعينة الأولى أكثر تجانسا من المداخيل الشهرية للعينة الثانية.

ومنه على العموم مستوى المداخيل الشهرية في العينة الأولى أكبر مما هي عليه في العينة الثانية ،كما أن المداخيل الشهرية للعينة الأولى أكثر تجانسا مقارنة مع المداخيل الشهرية للعينة الثانية ، وعليه العينة الأولى أفضل من العينة الثانية من ناحية المداخيل الشهرية.

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD الحل النموذجي للامتحان الاستدراكي في مقياس الإحصاء1 (2018) المدة:ساعة ونصف

حل التمرين الأول:(04 نقاط)

1– لتكن لدينا السلسلة الإحصائية التالية: 4- 12- 16 - 11-7.

– إثبات حسابيا أن المتوسط الحسابي لهذه البيانات هو الأقرب لها من أي قيمة أخرى (بفرض أن: $\mathbf{x_\alpha = 9}$):

$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{5} x_i}{n} = \frac{4+12+16+11+7}{5} = \frac{50}{5} = 10$

القيم x_i	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - x_\alpha)$	$(x_i - x_\alpha)^2$
4	-6	36	-5	25
12	2	4	3	9
16	6	36	7	49
11	1	1	2	4
7	-3	9	-2	4
$\sum x_i = 50$	$\sum(x_i - \bar{x}) = 0$	$\sum(x_i - \bar{x})^2 = 86$	–	$\sum(x_i - x_\alpha)^2 = 91$

بما أن: $\sum(X_i - \bar{X})^2 = 86 < \sum(X_i - X_\alpha)^2 = 91$ ، أي الخاصية متحققة، وبالتالي فالمتوسط الحسابي لهذه البيانات هو الأقرب لها من أي قيمة أخرى.

2– استنتاج شكل المنحنى في كل حالة:

– **الوسط الحسابي للتوزيع أكبر من المنوال:** توزيع ملتوي نحو اليمين.

– **وسيط التوزيع أكبر من الوسط الحسابي:** توزيع ملتوي نحو اليسار.

– **المنوال = الوسيط = الوسط الحسابي:** توزيع متناظر.

حل التمرين الثاني:(06 نقاط)

الجدول التالي يبين عدد أجهزة الكمبيوتر المملوكة من طرف الأسرة الواحدة لعينة تتكون من 40 أسرة:

1– تحديد كل من المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي ونوعه:

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوعه
جميع الأسر.	أسرة واحدة.	عدد أجهزة الكمبيوتر المملوكة.	كمي منفصل.

عدد أجهزة الكمبيوتر x_i	نسبة الأسر f_i	$f_i.x_i$
0	0.15	0
1	0.2	0.2
2	0.3	0.6
3	0.2	0.6
4	0.15	0.6
Σ	**1**	**2**

2– حساب متوسط عدد أجهزة الكمبيوتر المملوكة من طرف الأسرة الواحدة مع الشرح:

$\bar{x} = \sum_{i=1}^{k} f_i . x_i = f_1 . x_1 + f_2 . x_2 + f_3 . x_3 + \cdots + f_k . x_k = 2$ أجهزة

الشرح: بالمتوسط يقدر عدد أجهزة الكمبيوتر المملوكة من طرف الأسرة الواحدة بجهازين (2).

3– تحديد المنوال وشرحه:

المنوال (M_o) هو قيمة المتغير الاحصائي x_i المرافقة لأكبر تكرار في جدول التوزيع التكراري، وعليه: $M_o = 2$.

الشرح: أغلبية الأسر تملك جهازين (2).

4– أ– عدد ونسبة الأسر التي تملك أقل من 2جهاز كمبيوتر:

النسبة هي: $15\% + 20\% = 35\%$ ، **أما العدد هو:** $40 \longleftarrow 100\%$ ، $x \longleftarrow 35\%$ $\Rightarrow x = \frac{35 \times 40}{100} = 14$ أسرة

4– ب– عدد ونسبة الأسر التي تملك أكثر من أو يساوي 3 أجهزة كمبيوتر:

النسبة هي: $20\% + 15\% = 35\%$ ، **أما العدد هو:** $40 \longleftarrow 100\%$ ، $x \longleftarrow 35\%$ $\Rightarrow x = \frac{35 \times 40}{100} = 14$ أسرة

حل التمرين الثالث:(10 نقاط)

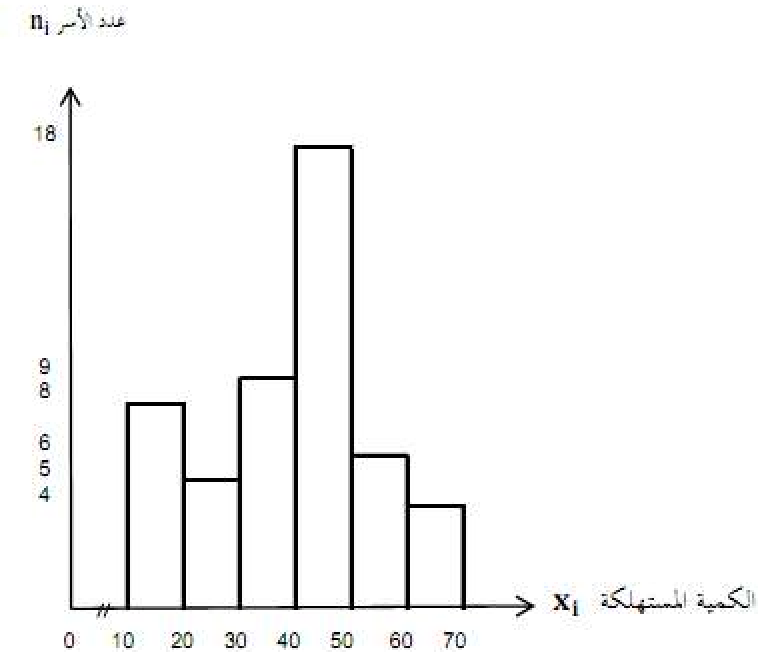
الجدول التالي يوضح توزيع عينة من 50 أسرة حسب الكمية المستهلكة من السمك في الشهر الواحد، (الوحدة:100غ):

1– تحديد كل من المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي ونوعه:

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوعه
جميع الأسر.	أسرة واحدة.	الكمية المستهلكة من السمك.	كمي متصل.

الكمية المستهلكة x_i	عدد الأسر n_i	c_i	$n_i . c_i$	$N_i^{\uparrow}$	$\sum_{i=1}^{6} n_i . (c_i - \bar{x})^2$
$]20 - 10]$	8	15	120	08	4685.12
$]30 - 20]$	5	25	125	13	1008.2
$]40 - 30]$	9	35	315	22	158.76
$]50 - 40]$	18	45	810	40	605.52
$]60 - 50]$	6	55	330	46	1497.84
$]70 - 60]$	4	65	260	50	2662.56
Σ	**50**	–	**1960**	–	**10618**

2- التمثيل البياني لهذا التوزيع الإحصائي:



3- حساب المتوسط الحسابي، المنوال، الوسيط، الربيع الأول، الانحراف المعياري:

- حساب المتوسط الحسابي:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i . c_i}{\sum n_i} = \frac{1960}{50} = 39{,}2.$$ (100 غ)

- حساب المنوال:

الفئة المنوالية هي: $[40 - 50[$

حيث أن: $\Delta_1 = 18 - 9 = 9$ ، $\Delta_2 = 18 - 6 = 12$

وبالتالي فإن: $M_o = L_{M_o} + \left[\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) . A_{M_o}\right]$

$$M_o = 40 + \left[\left(\frac{9}{9+12}\right) . (50 - 40)\right] = 44{,}29 .$$ (100 غ)

- حساب الوسيط:

- الفئة الوسيطية هي: $[40 - 50[$ لأن: $N_{M_e}^{\uparrow} \geq \frac{n}{2} \geq \frac{50}{2} = 25$

$$M_e = L_{M_e} + \left[\left(\frac{\frac{n}{2} - N_{M_{e-1}}^{\uparrow}}{n_{M_e}}\right) . A_{M_e}\right] = 40 + \left[\left(\frac{25-22}{18}\right) . (50 - 40)\right] = 40 + \left[\left(\frac{25-22}{18}\right) . (10)\right] = 41{,}67.$$ (100 غ)

- حساب الربيع الأول:

- فئة الربيع الأول هي: $[20 - 30[$ لأن: $N_{Q_1}^{\uparrow} \geq \frac{n}{4} \geq \frac{50}{4} = 12{,}5$

$$Q_1 = L_{Q_1} + \left[\left(\frac{\frac{n}{4} - N_{Q_1 - 1}^{\uparrow}}{n_{Q_1}}\right) . A_{Q_1}\right] = 20 + \left[\left(\frac{12{,}5-8}{5}\right) . (30 - 20)\right] = 20 + \left[\left(\frac{12{,}5-8}{5}\right) . (10)\right] = 29.$$ (100 غ)

- حساب الانحراف المعياري:

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{4} n_i . (c_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{10618}{50}} = 14{,}57 .$$ (100 غ)

4- بما أن توزيع الأسر حسب الكمية المستهلكة من السمك تتوزع طبيعيا:

4- أ- حساب نسبة الأسر التي يفوق استهلاكها 48,96 (100غ):

$$48{,}96 = \overline{X} + \alpha\delta(X) \Rightarrow 48{,}96 = 39{,}2 + \alpha(14{,}57) \Rightarrow \alpha = \frac{48{,}96 - 39{,}2}{14{,}57} = 0{,}67 = \frac{2}{3} \Rightarrow (\%50)1\text{قاعدة}$$

إذن النسبة هي: 25%.

4- ب- حساب نسبة الأسر التي يقل استهلاكها عن 39,2 (100غ):

بما أن: $\overline{X} = M_e = M_o = 39{,}2$ فإن: النسبة هي: 50%.

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD الحل النموذجي للامتحان في مقياس الإحصاء1 (جانفي2019) المدة:ساعة ونصف

حل التمرين الأول:(04 نقاط)

لدينا سلسلة من البيانات الاحصائية:$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ ، حيث: $\bar{x} = 5$ ، $\delta(x) = 2$.

1– حساب: $\sum x_i$ ،$\sum x_i^2$:

– حساب $\sum x_i$:

لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{5} x_i}{n} \Rightarrow 5 = \frac{\sum_{i=1}^{5} x_i}{5} \Rightarrow \sum x_i = 5 \times 5 = 25$

حساب $\sum x_i^2$:

لدينا: $\delta(X) = \sqrt{V(X)} \Rightarrow V(X) = \delta(X)^2 = 2^2 = 4$

ولدينا: $V(X) = \frac{\sum X_i^2}{n} - \bar{X}^2 \Rightarrow 4 = \frac{\sum X_i^2}{5} - 5^2 \Rightarrow \frac{\sum X_i^2}{5} = 4 + 5^2 \Rightarrow \sum X_i^2 = 29 \times 5 = 145$

2– حساب: $\sum(x_i - \bar{x})^2$:

لدينا: $V(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n} \Rightarrow 4 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{5} \Rightarrow \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = 5 \times 4 = 20$

3 – حساب التشتت النسبي:

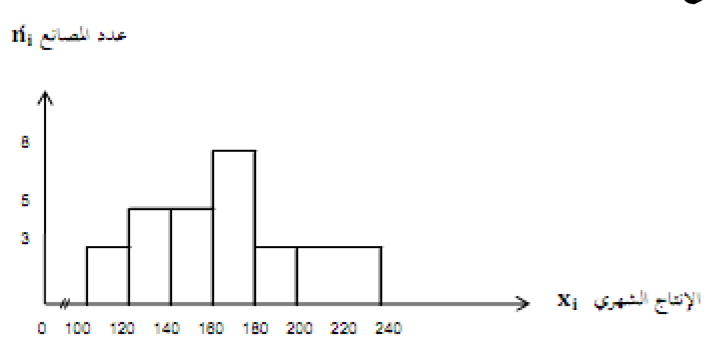
لدينا: $CV = \delta(X)\% = \frac{\delta(X)}{\bar{X}} \times 100 = \frac{2}{5} \times 100 = 40\ \%$

حل التمرين الثاني:(06 نقاط)

الجدول التالي يعطينا توزيع 30 مصنعا لانتاج الاسمنت حسب الانتاج الشهري (بالطن) في الجزائر.

x_i الانتاج الشهري (طن)	n_i عدد المصانع	a_i	$\acute{n}_i = \frac{n_i}{a_i} \times a$	c_i	$n_i.c_i$	$N_i^{\uparrow}$
]120 – 100]	03	20	03	110	330	03
]140 – 120]	05	20	05	130	650	08
]160 – 140]	05	20	05	150	750	13
]180 – 160]	08	20	08	170	1360	21
]200 – 180]	03	20	03	190	570	24
]240 – 200]	06	40	03	220	1320	30
Σ	**30**	–	–	–	**4980**	–

1– التمثيل البياني لهذا التوزيع:



2– حساب الانتاج المتوسط،الانتاج المنوال،الانتاج الوسيط :

– حساب الانتاج المتوسط:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.c_i}{\sum n_i} = \frac{4980}{30} = 166$$ طن

– حساب الانتاج المنوال:

من التكرار المعدل نجد أن الفئة المنوالية هي:$[160 - 180[$

حيث أن: $\Delta_1 = 8 - 5 = 3$ ، $\Delta_2 = 8 - 3 = 5$

وبالتالي فإن: $M_o = L_{M_o} + \left[\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right).A_{M_o}\right]$

$$M_o = 160 + \left[\left(\frac{3}{3+5}\right).(180 - 160)\right] = 167{,}5$$ طن

– حساب الانتاج الوسيط :

– الفئة الوسيطية هي: $[160 - 180[$ لأن: $15 = \frac{30}{2} \geq \frac{n}{2} \geq N_{M_e}^{\uparrow}$

$$M_e = L_{M_e} + \left[\left(\frac{\frac{n}{2} - N_{M_{e-1}}^{\uparrow}}{n_{M_e}}\right).A_{M_e}\right] = 160 + \left[\left(\frac{15-13}{8}\right).(180 - 160)\right] = 160 + \left[\left(\frac{15-13}{8}\right).(20)\right] = 165$$ طن

3– حساب العشير الثالث:

– فئة العشير الثالث هي: $[140 - 160[$ لأن: $9 = \frac{3\times30}{10} \geq \frac{3n}{10} \geq N_{D_3}^{\uparrow}$

$$D_3 = L_{D_3} + \left[\left(\frac{\frac{3n}{10} - N_{D_{3-1}}^{\uparrow}}{n_{D_3}}\right).A_{D_3}\right] = 140 + \left[\left(\frac{9-8}{5}\right).(160 - 140)\right] = 140 + \left[\left(\frac{9-8}{5}\right).(20)\right] = 144$$ طن

4– حساب المدى المطلق والنسبي:

– حساب المدى المطلق :

$$E = X_{max} - X_{min} = 240 - 100 = 140$$ طن

– حساب المدى النسبي:

$$E\% = \frac{E}{\overline{X}} \times 100 = \frac{140}{166} \times 100 = 84{,}33\%$$

حل التمرين الثالث:(10 نقاط)

ورشة صناعية متخصصة في تعبئة مادة الفاصوياء في أكياس من 1كلغ (وزن معياري) تشتغل بآلتين، قام أحد مراقبي للانتاج بأخذ عينة عشوائية من إنتاج يوم واحد لكل آلة حجم كل واحدة 200 وحدة، فتحصل على النتائج التالية:

– الآلة أ: الوزن المتوسط: 1000 غرام، الانحراف المعياري: 20 غرام.

– الآلة ب: الوزن الاجمالي لوحدات العينة: 192× 10^3غرام، الانحراف المعياري: 50 غرام.

1– تحديد بالنسبة للآلة أ: الوحدة الاحصائية، المجتمع للاحصائي، المتغير الاحصائي، طبيعة المتغير الاحصائي:

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	طبيعته
جميع الأكياس المعبأة خلال يوم واحد.	كيس واحد معبأ.	وزن كيس معبأ.	كمي متصل.

2– حساب الوزن المتوسط للآلة ب:

لدينا: $\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \overline{X} = \frac{192000}{200} = 960$ غرام

3– مقارنة بين الآلتين من حيث دقة الوزن والتشتت:

– مقارنة بين الآلتين من حيث دقة الوزن:

الوزن المعياري للآلة "أ": $\overline{X}_1 = 1000$ الوزن المعياري للآلة "ب": $\overline{X}_2 = 960$

نلاحظ أن: $\overline{X}_1 > \overline{X}_2$ وعليه فإنه على العموم الآلة ب تخالف الوزن المعياري بالنقصان فهي أقل دقة.

– مقارنة بين الآلتين من حيث التشتت: بما أن: $\overline{X}_1 \neq \overline{X}_2$ فإننا نستخدم مقاييس التشتت النسبية لمقارنة التشتت.

الآلة "أ": $CV_1 = \delta(X_1)\% = \frac{\delta(X_1)}{\overline{X}} \times 100 = \frac{20}{1000} \times 100 = 2\ \%$

الآلة "ب": $CV_2 = \delta(X_2)\% = \frac{\delta(X_2)}{\overline{X}} \times 100 = \frac{50}{960} \times 100 = 5{,}21\ \%$

. بما أن: $CV_2 > CV_1$ فإننا نقول أن أوزان الأكياس المعبأة من طرف الآلة"أ" أقل تشتتا مقارنة بأوزان الأكياس المعبأة من طرف الآلة "ب"، وعليه فإن أوزان الآلة"أ" أكثر تجانسا من أوزان الآلة"ب".

4– إذا افترضنا أن توزيع الآلة "أ" طبيعيا:

أ– تحديد الصيغة الرياضية وقيمة معامل الالتواء ومعامل التفرطح:

– الصيغة الرياضية وقيمة معامل الالتواء:

$$\alpha_F = \frac{\mu_3}{\delta(X)^3} \Rightarrow \alpha_F = 0$$

– الصيغة الرياضية وقيمة معامل التفرطح:

$$\beta_F = \frac{\mu_4}{\delta(X)^4} - 3 \Rightarrow \beta_F = 0$$

ب– حساب نسبة وعدد الأكياس التي:– يقل وزنها عن 1000 غرام،– التي يفوق وزنها 980 غرام،– التي يتراوح وزنها ما بين: 1020غ و1040غ:

– حساب نسبة وعدد الأكياس التي يقل وزنها عن 1000 غرام:

بما أن: $\overline{X} = M_e = M_o = 1000$ فإن: النسبة هي: 50%،أما العدد هو: كيس$100 = \frac{200\times50}{100}$.

– حساب نسبة وعدد الأكياس التي يفوق وزنها 980 غرام:

$$980 = \overline{X} - \alpha\delta(X) \Rightarrow 980 = 1000 - \alpha(20) \Rightarrow \alpha = \frac{1000-980}{20} = 1 \Rightarrow (\%68)2_{\text{قاعدة}}$$

إذن: النسبة هي: 84%،أما العدد هو: كيس$168 = \frac{200\times84}{100}$.

– حساب نسبة وعدد الأكياس التي يتراوح وزنها ما بين: 1020غ و1040غ:

$$1020 = \overline{X} + \alpha\delta(X) \Rightarrow 1020 = 1000 + \alpha(20) \Rightarrow \alpha = \frac{1020-1000}{20} = 1 \Rightarrow (\%68)2_{\text{قاعدة}}$$

$$1040 = \overline{X} + \alpha\delta(X) \Rightarrow 1040 = 1000 + \alpha(20) \Rightarrow \alpha = \frac{1040-1000}{20} = 2 \Rightarrow (\%95)3_{\text{قاعدة}}$$

إذن: النسبة هي: $\frac{68-95}{2} = 13{,}5$%،أما العدد هو: كيس$27 = \frac{200\times13{,}5}{100}$.

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD الحل النموذجي للامتحان الاستدراكي في مقياس الإحصاء1 (2019) المدة:ساعة ونصف

حل التمرين الأول:(04 نقاط)

ليكن التوزيع الإحصائي للأجور اليومية لعينة من 620 عامل في أحد المصانع.

1– تحديد كل من المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي ونوعه:

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوعه
جميع عمال أحد المصانع.	عامل واحد.	الأجور اليومية.	كمي متصل.

2– تكملة معطيات الجدول:

$$n_5 = 620 - (100 + 80 + 240 + 160) = 40$$

$$C_1 = \frac{X_{min} + X_{max}}{2} \Rightarrow C_1 = \frac{500 + 600}{2} = 550$$

$$C_2 = \frac{X_{min} + X_{max}}{2} \Rightarrow C_2 = \frac{600 + 700}{2} = 650$$

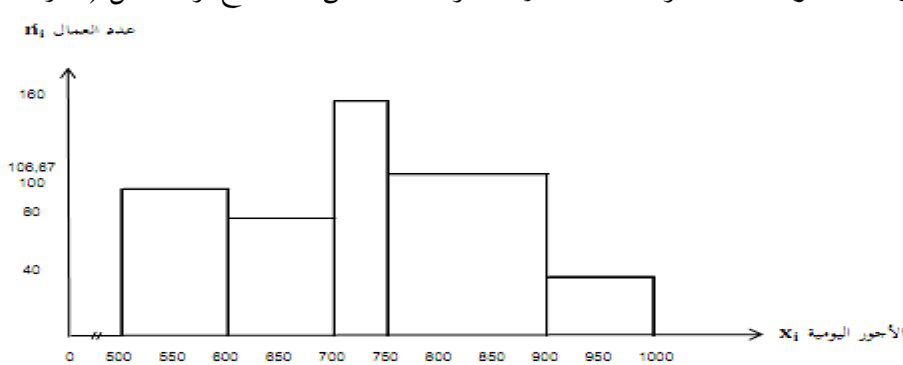
$$C_3 = \frac{X_{min} + X_{max}}{2} \Rightarrow 725 = \frac{700 + X_{max}}{2} \Rightarrow (2 \times 725) - 700 = X_{max} \Rightarrow X_{max} = 750$$

$$C_4 = \frac{X_{min} + X_{max}}{2} \Rightarrow C_4 = \frac{750 + 900}{2} = 825$$

$$C_5 = \frac{X_{min} + X_{max}}{2} \Rightarrow C_5 = \frac{900 + 1000}{2} = 950$$

الأجور(دج)	]600 – 500]	]700 – 600]	]750 – 700]	]900 – 750]	]1000 – 900]
عدد العمال	100	80	240	160	40
مركز الفئات	550	650	725	825	950
$\mathbf{a_i}$	100	100	50	150	100
$\acute{n}_i = \frac{n_i}{a_i} \times a$	100	80	480	106.67	40

3– التمثيل البياني لهذا الجدول:بما أن أطوال الفئات غير متساوية، فلابد من التصحيح او التعديل (أنظر الجدول أعلاه).

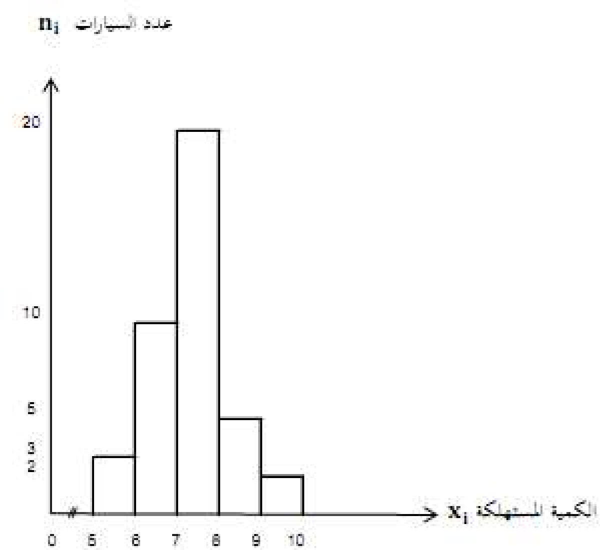


حل التمرين الثاني:(08 نقاط)

الجدول التالي يعطينا توزيع عينة من 40 سيارة من نوع "أ" حسب كمية البنزين المستهلكة في 100 كلم (الوحدة: لتر).

$N_i^{\uparrow}$	$n_i.c_i$	c_i	n_i عدد السيارات	x_i الاستهلاك
03	16.5	5.5	03	]6 − 5]
13	65	6.5	10	]7 − 6]
33	150	7.5	20	]8 − 7]
38	42.5	8.5	05	]9 − 8]
40	19	9.5	02	]10 − 9]
−	**293**	−	**40**	**Σ**

1− التمثيل البياني لهذا التوزيع:



2− حساب: المتوسط الحسابي، العشير الرابع، المئوي 36 :

− حساب المتوسط الحسابي:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.c_i}{\sum n_i} = \frac{293}{40} = 7.325 \text{ لتر}$$

− حساب العشير الرابع:

− فئة العشير الرابع هي: [7 − 8]: لأن: $N_{D_4}^{\uparrow} \geq \frac{4n}{10} \geq \frac{4\times40}{10} = 16$

$$D_4 = L_{D_4} + \left[\left(\frac{\frac{4n}{10} - N_{D_{4-1}}^{\uparrow}}{n_{D_4}}\right).A_{D_4}\right] = 7 + \left[\left(\frac{16-13}{20}\right).(8-7)\right] = 7 + \left[\left(\frac{16-13}{20}\right).(1)\right] = 7.15 \text{ لتر}$$

− حساب المئوي 36 :

− فئة المئوي 36 هي: [7 − 8]: لأن: $N_{C_{36}}^{\uparrow} \geq \frac{36n}{100} \geq \frac{36\times40}{100} = 14.4$

$$C_{36} = L_{C_{36}} + \left[\left(\frac{\frac{36n}{100} - N_{C_{36-1}}^{\uparrow}}{n_{C_{36}}}\right).A_{C_{36}}\right] = 7 + \left[\left(\frac{14.4-13}{20}\right).(8-7)\right] = 7 + \left[\left(\frac{14.4-13}{20}\right).(1)\right] = 7.07 \text{ لتر}$$

3– حساب الانحراف المعياري النسبي (معامل الاختلاف) علما أن التباين يساوي 0.8444:

– حساب الانحراف المعياري:

$$\delta(\mathrm{X}) = \sqrt{\mathrm{V(X)}} = \sqrt{0.8444} = 0.92$$ لتر

$$\mathrm{CV} = \delta(\mathrm{X})\% = \frac{\delta(\mathrm{X})}{\overline{\mathrm{X}}} \times 100 = \frac{0.92}{7.325} \times 100 = 12.56\ \%$$

4– في دراسة مماثلة على سيارات من نوع "ب" تبين أن الاستهلاك المتوسط يقدر ب: 7.5 لتر والانحراف المعياري يقدر ب: 1.2 لتر، مقارنة مستوى الاستهلاك والتشتت بين النوعين،وتحديد أيهما أفضل:

السيارة من نوع "أ": $\overline{\mathrm{X}}_1 = 7{,}325$ والسيارة من نوع "ب": $\overline{\mathrm{X}}_2 = 7{,}5$

أ– مقارنة مستوى الاستهلاك بين النوعين: نلاحظ أن: $\overline{\mathrm{X}}_2 > \overline{\mathrm{X}}_1$ وعليه فإنه على العموم مستوى الاستهلاك في الدراسة الثانية أكبر مما هي عليه في الدراسة الأولى.

ب– مقارنة التشتت بين النوعين: بما أن: $\overline{\mathrm{X}}_1 \neq \overline{\mathrm{X}}_2$ فإننا نستخدم مقاييس التشتت النسبية لمقارنة الاستهلاك في الدراستين:

السيارة من نوع "أ": $\mathrm{CV}_1 = \delta(\mathrm{X}_1)\% = 12{,}56\ \%$

السيارة من نوع "ب": $\mathrm{CV}_2 = \delta(\mathrm{X}_2)\% = \frac{\delta(\mathrm{X}_2)}{\overline{\mathrm{X}}} \times 100 = \frac{1.2}{7.5} \times 100 = 16\ \%$

- بما أن: $\mathrm{CV}_2 > \mathrm{CV}_1$ فإننا نقول أن تشتت الاستهلاك في الدراسة الثانية أكبر مما هي عليه في الدراسة الأولى ، أي أن الفوارق في الاستهلاك أكبر في الدراسة الثانية ، وعليه فإن استهلاك الدراسة الأولى أكثر تجانسا من استهلاك الدراسة الثانية.

ومنه على العموم مستوى الاستهلاك في الدراسة الثانية أكبر مما هي عليه في الدراسة الأولى،كما أن استهلاك الدراسة الأولى أكثر تجانسا مقارنة مع استهلاك الدراسة الثانية، وعليه الدراسة الأولى أفضل من الدراسة الثانية من ناحية الاستهلاك.

حل التمرين الثالث:(08 نقاط)

تمتلك احد المؤسسات الصناعية وحدتين إنتاجيتين ، وبغرض دراسة ظاهرة التغيب في الوحدتين ، أجريت دراسة خاصة حيث تحصلنا على النتائج التالية:

– **الوحدة الأولى:** المدة المتوسطة للتغيب للعامل الواحد سنويا = 35 يوم، التباين= 36 .

– **الوحدة الثانية:** عدد العمال 400 عامل، المدة الكلية للتغيب خلال السنة = 8000 يوم، الانحراف المعياري النسبي:15%.

1– حساب الوسط الحسابي والانحراف المعياري في الوحدة الثانية:

– حساب الوسط الحسابي في الوحدة الثانية:

لدينا: $\overline{\mathrm{X}} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \overline{\mathrm{X}} = \frac{8000}{400} = 20$ يوم

– حساب الانحراف المعياري في الوحدة الثانية:

$$\mathrm{CV} = \delta(\mathrm{X})\% = \frac{\delta(\mathrm{X})}{\overline{\mathrm{X}}} \times 100 \Rightarrow \delta(\mathrm{X}) = \frac{\mathrm{CV}.\overline{\mathrm{X}}}{100} = \frac{15 \times 20}{100} = 3$$ أيام

2– مقارنة ظاهرة التغيب والتشتت بين الوحدتين، وتحديد أحسن وحدة :

الوحدة الأولى: $\overline{\mathrm{X}}_1 = 35$ الوحدة الثانية: $\overline{\mathrm{X}}_2 = 20$

أ– مقارنة مستوى التغيب في الوحدتين: نلاحظ أن: $\overline{X}_1 < \overline{X}_2$ وعليه فإنه على العموم مستوى ظاهرة التغيب في الوحدة الثانية أقل مما هي عليه في الوحدة الأولى.

ب– مقارنة تشتت التغيب في الوحدتين: بما أن: $\overline{X}_1 \neq \overline{X}_2$ فإننا نستخدم مقاييس التشتت النسبية لمقارنة ظاهرة التغيب في الوحدتين:

الوحدة الأولى: أيام $\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{36} = 6$

$$CV_1 = \delta(X_1)\% = \frac{\delta(X_1)}{\overline{X}} \times 100 = \frac{6}{35} \times 100 = 17.14\ \%$$

الوحدة الثانية: $CV_2 = \delta(X_2)\% = 15\ \%$:

- بما أن: $CV_1 > CV_2$ فإننا نقول أن تشتت التغيب في الوحدة الأولى أكبر مما هي عليه في الوحدة الثانية ، أي أن الفوارق في التغيب أكبر في الوحدة الأولى ، وعليه فإن تشتت الوحدة الثانية أكثر تجانسا من تشتت الوحدة الأولى.

ومنه على العموم مستوى ظاهرة التغيب في الوحدة الثانية أقل مما هي عليه في الوحدة الأولى ،كما أن تشتت الوحدة الثانية أكثر تجانسا مقارنة مع تشتت الوحدة الأولى ، وعليه الوحدة الثانية أحسن من الوحدة الأولى من ناحية التغيب.

3–أ– حساب نسبة وعدد العمال الذين تتراوح مدة تغيبهم بين الربيع الأول والربيع الثالث على الوحدة الثانية:

- النسبة هي: $75\% - 25\% = 50\%$، أما العدد هو: عامل $\frac{400\times 50}{100} = 200$.

3– ب– حساب نسبة وعدد العمال الذين تتراوح مدة تغيبهم بين المئوي 47 والمئوي 95 على الوحدة الثانية :

- النسبة هي: $95\% - 47\% = 48\%$، أما العدد هو: عامل $\frac{400\times 48}{100} = 192$.

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD الحل النموذجي للامتحان في مقياس الإحصاء1 (06 فيفري 2020) المدة:ساعة ونصف

حل التمرين الأول:(04 نقاط)

أولا : تكملة العبارات التالية بالكلمات المناسبة:

1– طول الفئة حسب قاعدة ستورجس يساوي: طول الفئة $(C) = \frac{(E)\ \text{المدى العام}}{(K)\ \text{عدد الفئات}}$، حيث: $E = X_{max} - X_{min}$، $K = 1 + 3.322\log(n)$.

2– العبارة الرياضية الدالة على أن المتوسط الحسابي هو الأقرب إلى بيانات السلسلة الإحصائية من أي قيمة أخرى هي:

$\sum(x_i - \bar{x})^2 < \sum(x_i - x_\alpha)^2$، حيث: $\bar{x} \neq x_\alpha$.

3– رتبة العشير السادس D_6 في حالة بيانات سلسلة إحصائية هي: $\frac{6(n+1)}{10}$.

ثانيا : لتكن المعطيات التالية والخاصة بأوزان 8 أشخاص كما يلي: $\sum_{i=1}^{8} x_i^2 = 30659$، $\sum_{i=1}^{8} x_i = 495$.

1– حساب المتوسط الحسابي:

$\bar{\mathbf{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{8} x_i}{n} = \frac{495}{8} = 61.875$ كلغ

2– حساب التباين:

لدينا: $V(X) = \frac{\sum X_i^2}{n} - \bar{X}^2$

$$\frac{\sum_{i=1}^{8} x_i^2}{n} = \frac{30659}{8} = 3832.375$$

$$V(X) = 3832.375 - (61.875)^2 = 3.8594$$

3– حساب الانحراف المعياري:

$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{3.8594} = 1.964$ كلغ

حل التمرين الثاني:(08 نقاط)

البيانات التالية تمثل عدد الأشجار المثمرة المملوكة من طرف 20 فلاح.

– ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا: **69،69،70،70،70،71،71،71،73 ،73، 74،74،74،74،74، 75، 75، 76، 76، 77**.

1– عرض البيانات في جدول توزيع تكراري:

عدد الأشجار x_i	عدد الفلاحين n_i	f_i	$f_{i\%}$	$F_i^{\uparrow}\%$	$F_i^{\downarrow}\%$	$n_i.x_i$
69	02	0.1	10	10	100	138
70	03	0.15	15	25	90	210
71	03	0.15	15	40	75	213
73	02	0.1	10	50	60	146
74	05	0.25	25	75	50	370
75	02	0.1	10	85	25	150
76	02	0.1	10	95	15	152
77	01	0.05	5	100	5	77
Σ	**20**	**1**	**100**	**–**	**–**	**1456**

2– حساب التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة النسبية المئوية: يتم حسابهم بالطريقة التالية (أنظر الى الجدول أعلاه).

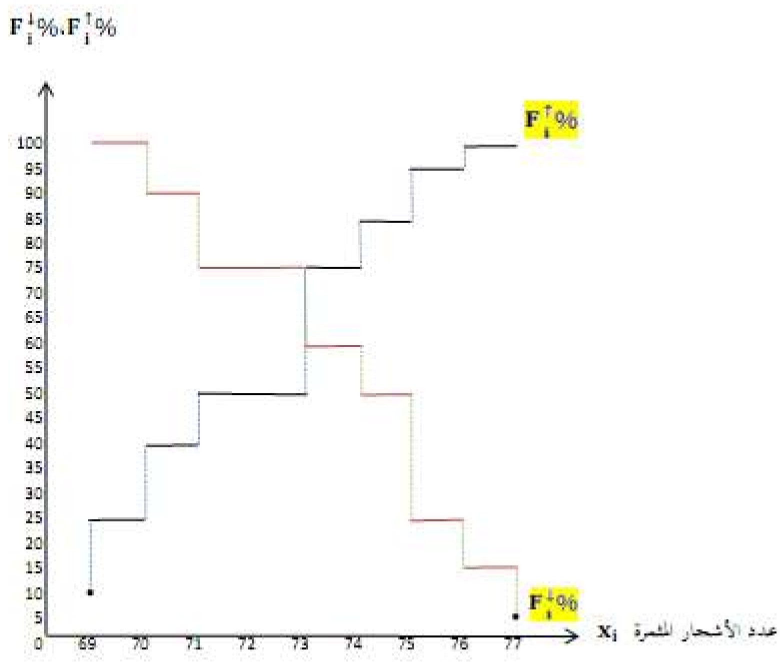
لدينا:

$$F_1^{\uparrow}\% = f_{1\%}$$
$$F_2^{\uparrow}\% = f_{1\%} + f_{2\%} = F_1^{\uparrow}\% + f_{2\%}$$
$$F_3^{\uparrow}\% = f_{1\%} + f_{2\%} + f_{3\%} = F_2^{\uparrow}\% + f_{3\%}$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$F_i^{\uparrow}\% = f_{1\%} + f_{2\%} + \cdots + f_{i\%} = F_{i-1}^{\uparrow}\% + f_{i\%}$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$F_k^{\uparrow}\% = 100$$

ولدينا أيضا:

$$F_1^{\downarrow}\% = 100$$
$$F_2^{\downarrow}\% = 100 - f_{1\%} = F_1^{\downarrow}\% - f_{1\%}$$
$$F_3^{\downarrow}\% = 100 - f_{1\%} - f_{2\%} = F_2^{\downarrow}\% - f_{2\%}$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$F_i^{\downarrow}\% = 100 - f_{1\%} - \cdots - f_{i\%} = F_{i-1}^{\downarrow}\% - f_{i-1\%}$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$F_k^{\downarrow}\% = f_{k\%}$$

– التمثيل البياني للتكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة النسبية المئوية:



3– حساب كلا من: المتوسط الحسابي، الوسيط والربيع الثالث والمنوال على السلسلة مع الشرح:

– حساب المتوسط الحسابي على السلسلة مع الشرح:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.X_i}{\sum n_i} = \frac{n_1.X_1+n_2.X_2+n_3.X_3+\cdots+n_k.X_k}{\sum n_i} = \frac{1456}{20} = 72.8 \simeq 73 \text{ شجرة}$$

الشرح: متوسط عدد الأشجار المثمرة من طرف الفلاح الواحد يقدر بـ: 73 شجرة مثمرة.

– حساب الوسيط على السلسلة مع الشرح:

بما أن عدد n عددا زوجيا فإن:

$$M_e = \frac{X_{(\frac{n}{2})}+X_{(\frac{n}{2}+1)}}{2} = \frac{X_{(\frac{20}{2})}+X_{(\frac{20}{2}+1)}}{2} \Rightarrow M_e = \frac{X_{(10)}+X_{(11)}}{2} \Rightarrow M_e = \frac{73+74}{2} = 73.5 \simeq 74$$ شجرة

الشرح: 50% من الفلاحين لديهم **74** شجرة فما أقل بينما 50% الباقية من الفلاحين لديهم **74** شجرة فما أكثر.

– حساب الربيع الثالث على السلسلة مع الشرح:

$$Q_3 = X_{\frac{3(n+1)}{4}} = X_{\frac{3(20+1)}{4}} = X_{15,75} = \frac{X_{(15)}+X_{(16)}}{2} = \frac{74+75}{2} = 74.5 \simeq 75$$ شجرة

الشرح: 75% من الفلاحين لديهم **75** شجرة فما أقل بينما 25% الباقية من الفلاحين لديهم **75** شجرة فما أكثر.

– حساب المنوال على السلسلة مع الشرح:

المنوال (M_o) هو قيمة المتغير الاحصائي x_i المرافقة لأكبر تكرار في جدول التوزيع التكراري، وعليه: $M_o = 74$.

الشرح: أغلبية الفلاحين يملكون 74 شجرة مثمرة.

4– عدد ونسبة الفلاحين الذين يتراوح عدد أشجارهم المثمرة ما بين 70 و75 شجرة:

العدد هو: $3+3+2+5+2=15$ فلاح، **والنسبة هي:** $\begin{matrix} 20 \longrightarrow 100\% \\ 15 \longrightarrow x \end{matrix} \Rightarrow x = \frac{15\times100}{20} = 75\%$.

حل التمرين الثالث: (**08 نقاط**)

الجدول التالي يمثل توزيع عينة من العمال بإحدى مؤسسات القطاع الخاص حسب الأجر (**الوحدة: الآلاف**).

الأجور x_i	عدد العمال n_i	c_i	$n_i.c_i$	$N_i^{\uparrow}$
]66 – 62]	03	64	192	03
]70 – 66]	08	68	544	11
]74 – 70]	20	72	1440	31
]78 – 74]	21	76	1596	52
]82 – 78]	14	80	1120	66
]86 – 82]	10	84	840	76
]90 – 86]	04	88	352	80
Σ	**80**	–	**6084**	–

1– حساب كل من : المتوسط الحسابي، الوسيط، المنوال:

– حساب المتوسط الحسابي:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.c_i}{\sum n_i} = \frac{6084}{80} = 76.05$$ و.ن

– حساب الوسيط:

– الفئة الوسيطية هي:]78 – 74] لأن: $N_{M_e}^{\uparrow} \geq \frac{n}{2} \geq \frac{80}{2} = 40$

$$M_e = L_{M_e} + \left[\left(\frac{\frac{n}{2}-N_{M_{e-1}}^{\uparrow}}{n_{M_e}}\right).A_{M_e}\right] = 74 + \left[\left(\frac{40-31}{21}\right).(78-74)\right] = 74 + \left[\left(\frac{180-144}{116}\right).(4)\right] = 75,7142$$ و.ن

– حساب المنوال:

الفئة المنوالية هي:]78 – 74]

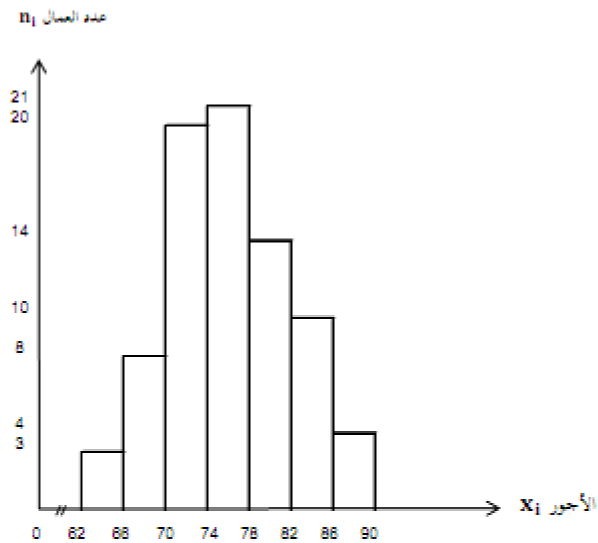
حيث أن: $\Delta_1 = 21 - 20 = 1$ ، $\Delta_2 = 21 - 14 = 7$

وبالتالي فإن: $M_o = L_{M_o} + \left[\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right).A_{M_o}\right]$

و.ن $M_o = 74 + \left[\left(\frac{1}{1+7}\right).(78-74)\right] = 74{,}5$

2– التمثيل البياني لهذا التوزيع، واستنتاج شكل التوزيع:

– التمثيل البياني لهذا التوزيع:



– استنتاج شكل التوزيع:

بما أن: $\overline{X} > M_e > M_o$ فالتوزيع ملتوي الى اليمين نسبيا، أو بما أن: $\overline{X} \simeq M_e \simeq M_o$ فالتوزيع تقريبا متماثل مع وجود التواء طفيف نحو اليمين.

3– في دراسة مماثلة بمؤسسة أخرى تبين أن الأجر المتوسط يقدر بـ: 78 وحدة نقدية، وأن التباين يقدر بـ: 20، مقارنة مستوى وتشتت الأجور في المؤسستين:

المؤسسة الأولى: $\overline{X}_1 = 76{,}05$ و المؤسسة الثانية: $\overline{X}_2 = 78$

أ– مقارنة مستوى الأجور في المؤسستين: نلاحظ أن: $\overline{X}_2 > \overline{X}_1$ وعليه فإنه على العموم مستوى الأجور في المؤسسة الثانية أكبر مما هي عليه في المؤسسة الأولى.

ب– مقارنة تشتت الأجور في المؤسستين: بما أن: $\overline{X}_1 \neq \overline{X}_2$ فإننا نستخدم مقاييس التشتت النسبية لمقارنة تشتت الأجور في المؤسستين لكن يجب أولا أن نحسب الانحراف المعياري في المؤسسة الأولى والمؤسسة الثانية:

و.ن $\delta(X_1) = \sqrt{V(X_1)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{7} n_i.(c_i-\bar{x})^2}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{2708{,}98}{80}} = \sqrt{33.862} = 5.819$

و.ن $\delta(X_2) = \sqrt{V(X_2)} = \sqrt{20} = 4.472$

المؤسسة الأولى: $CV_1 = \delta(X_1)\% = \frac{\delta(X_1)}{\overline{X}} \times 100 = \frac{5.819}{76{,}05} \times 100 = 7{,}65\ \%$

المؤسسة الثانية: $CV_2 = \delta(X_2)\% = \frac{\delta(X_2)}{\overline{X}} \times 100 = \frac{4.472}{78} \times 100 = 5{,}73\ \%$

- بما أن: $CV_1 > CV_2$ فإننا نقول أن تشتت الأجور في المؤسسة الأولى أكبر مما هي عليه في المؤسسة الثانية، أي أن الفوارق في الأجور أكبر في المؤسسة الأولى، وعليه فإن أجور المؤسسة الثانية أكثر تجانسا من أجور المؤسسة الأولى.

ومنه على العموم مستوى أجور عمال المؤسسة الثانية أكبر مما هي عليه من المؤسسة الأولى، كما أن أجور عمال المؤسسة الثانية أكثر تجانسا أو تقاربا مقارنة بالمؤسسة الأولى، أي أن المؤسسة الثانية أفضل من المؤسسة الأولى من ناحية الأجور.

4- دراسة قضيتي الالتواء والتفرطح:

أ- دراسة قضية الالتواء :

$$\alpha_F = \frac{\mu_3}{\delta(X)^3} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{7} n_i.(c_i - \overline{x})^3}{\sum n_i}}{\delta(X)^3} = \frac{\frac{5105,37}{80}}{(5.819)^3} = \frac{63,8171}{197,035} = 0,323$$

بما أن: $\alpha_F \simeq 0$ فالتوزيع متماثل مع وجود التواء طفيف نحو اليمين.

ب- دراسة قضية التفرطح:

$$\beta_F = \frac{\mu_4}{\delta(X)^4} - 3 = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{7} n_i.(c_i - \overline{x})^4}{\sum n_i}}{\delta(X)^4} - 3 = \frac{\frac{227150.95}{80}}{(5.819)^4} - 3 = \frac{2839,3868}{1146,54} - 3 = -0,52$$

بما أن: $\beta_F \simeq 0$ فالتوزيع طبيعي مع وجود تفرطح طفيف.

5- بما أن التوزيع طبيعي، حساب نسبة العمال الذين:أ- تفوق أجورهم 72,16 وحدة نقدية ، ب- تتراوح أجورهم بين 72,16 و93,48 وحدة نقدية ،ج- تقل أجورهم 64,43 وحدة نقدية:

لدينا: $\overline{X} = 76,05$ ولدينا: $\delta(X) = 5,819$.

أ- حساب نسبة العمال الذين تفوق أجورهم 72,16 وحدة نقدية:

$$72,16 = \overline{X} - \alpha\delta(X) \Rightarrow 72,16 = 76,05 - \alpha(5,819) \Rightarrow \alpha = \frac{76,05 - 72,16}{5,819} = \frac{2}{3} = 0,67 \Rightarrow (\%50)1_{\text{قاعدة}}$$

اذن النسبة هي:75%.

ب- حساب نسبة العمال الذين تتراوح أجورهم بين 72,16 و93,48 وحدة نقدية:

$$72,16 = \overline{X} - \frac{2}{3}\delta(X) \Rightarrow (\%50)1_{\text{قاعدة}}$$

$$93,48 = \overline{X} + \alpha\delta(X) \Rightarrow 93,48 = 76,05 + \alpha(5,819) \Rightarrow \alpha = \frac{93,48 - 76,05}{5,819} = 3 \Rightarrow (\%99)4_{\text{قاعدة}}$$

اذن النسبة هي:$75\% - \%0,5 = \%74,5$.

ج- حساب نسبة العمال الذين تقل أجورهم 64,43 وحدة نقدية:

$$64,43 = \overline{X} - \alpha\delta(X) \Rightarrow 64,43 = 76,05 - \alpha(5,819) \Rightarrow \alpha = \frac{76,05 - 64,43}{5,819} = 2 \Rightarrow (\%95)3_{\text{قاعدة}}$$

اذن النسبة هي:2,5%.

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD الحل النموذجي للامتحان الاستدراكي في مقياس الإحصاء1 (2020) المدة:ساعة

حل التمرين الأول:(08 نقاط)

للتعرف عل درجة رضا الطلبة بجامعة سطيف 1 على الخدمات الجامعية المقدمة، قررت مديرية الخدمات إجراء درسة إحصائية حول الموضوع تشمل خدمات الإيواء، الإطعام، النقل، المنحة.

1– تحديد الهدف العام من الدراسة: التعرف عل درجة رضا الطلبة بجامعة سطيف 1 على الخدمات الجامعية المقدمة.

2– المتغيرات الإحصائية المدروسة ونوعها:

– المتغيرات الإحصائية المدروسة: الإيواء، الإطعام، النقل، المنحة.

– نوعها: متغيرات كيفية قابلة للترتيب.

3– تحديد المجتمع الإحصائي والوحدة الإحصائية:

– تحديد المجتمع الإحصائي:كل الطلبة بجامعة سطيف 1.

– تحديد الوحدة الإحصائية:طالب واحد بجامعة سطيف.

4– الطريقة الملائمة لجمع البيانات في هذه الحالة مع التعليل:

– الطريقة المباشرة لأن الدراسة تتطلب النزول الى الميدان والحصول على الاجابات من مصدرها الأولي (الطلبة).

– طريقة العينة لأن الدراسة الشاملة تتطلب امكانيات مادية وبشرية كبيرة بسبب كبر حجم المجتمع الدراسة (يقدر بالآلاف).

حل التمرين الثاني:(12 نقطة)

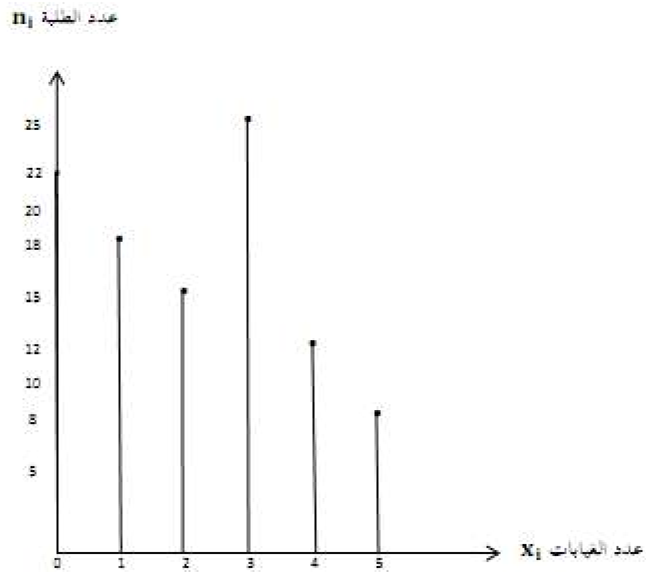
التوزيع التالي الخاص بعينة من 100 طالب حسب عدد الغيابات في السداسي الأول:

عدد الغيابات x_i	عدد الطلبة n_i	$N_i^{\uparrow}$	$N_i^{\downarrow}$	$n_i.x_i$
0	22	22	100	0
1	18	40	78	18
2	15	55	60	30
3	25	80	45	75
4	12	92	20	48
5	08	100	08	40
Σ	**100**	–	–	**211**

1– تحديد كلا من: الوحدة الإحصائية، المجتمع الاحصائي، المتغير الاحصائي ونوعه:

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوعه
جميع الطلبة.	طالب واحد.	عدد الغيابات.	كمي منفصل.

2– التمثيل البياني لهذا التوزيع التكراري:



3– حساب التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة: يتم حسابهم بالطريقة التالية (أنظر الى الحدول أعلاه).

لدينا:

$$
\begin{aligned}
&N_1^{\uparrow} = n_1\\
&N_2^{\uparrow} = n_1 + n_2 = N_1^{\uparrow} + n_2\\
&N_3^{\uparrow} = n_1 + n_2 + n_3 = N_2^{\uparrow} + n_3\\
&\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots\\
&N_i^{\uparrow} = n_1 + n_2 + \cdots + n_i = N_{i-1}^{\uparrow} + n_i\\
&\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots\\
&N_k^{\uparrow} = \sum n_i
\end{aligned}
$$

ولدينا أيضا:

$$
\begin{aligned}
&N_1^{\downarrow} = \sum n_i = n\\
&N_2^{\downarrow} = n - n_1 = N_1^{\downarrow} - n_1\\
&N_3^{\downarrow} = n - n_1 - n_2 = N_2^{\downarrow} - n_2\\
&\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots\\
&N_i^{\downarrow} = n - n_1 - \cdots - n_{i-1} = N_{i-1}^{\downarrow} - n_{i-1}\\
&\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots\\
&N_k^{\downarrow} = n_k
\end{aligned}
$$

4– حساب كلا من: $\overline{X}$، M_e، M_o مع الشرح:

– حساب $\overline{X}$ مع الشرح:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.X_i}{\sum n_i} = \frac{n_1.X_1 + n_2.X_2 + n_3.X_3 + \cdots + n_k.X_k}{\sum n_i} = \frac{211}{100} = 2.11 \simeq 2 \text{ غيابات}$$

الشرح: بالمتوسط يقدر عدد غيابات الطالب الواحد خلال السداسي الأول تقريبا بغيابين (2).

– حساب M_e مع الشرح:

بما أن عدد n عددا زوجيا فإن:

$$M_e = \frac{X_{(\frac{n}{2})} + X_{(\frac{n}{2}+1)}}{2} = \frac{X_{(\frac{100}{2})} + X_{(\frac{100}{2}+1)}}{2} \Rightarrow M_e = \frac{X_{(50)} + X_{(51)}}{2} \Rightarrow M_e = \frac{2+2}{2} = 2 \text{ غيابات}$$

الشرح: 50% من الطلبة لديهم غيابين فما أقل بينما 50% الباقية من الطلبة لديهم غيابين فما أكثر.

– حساب M_o مع الشرح:

المنوال (M_o) هو قيمة المتغير الاحصائي x_i المرافقة لأكبر تكرار في جدول التوزيع التكراري، وعليه:$M_o = 3$.

الشرح: أغلبية الطلبة تقدر عدد غياباتهم خلال السداسي الأول بـ: 3 غيابات.

5– أ– حساب نسبة الطلبة الذين تقل غياباتهم عن 2:

العدد هو:$22 + 18 = 40$ طالب، **والنسبة هي**: $\begin{matrix} 100 \longrightarrow 100\% \\ 40 \longrightarrow x \end{matrix} \Rightarrow x = \frac{40 \times 100}{100} = 40\%$.

5– ب– حساب نسبة الطلبة الذين تفوق غياباتهم عن 3:

العدد هو:$12 + 8 = 20$ طالب، **والنسبة هي**: $\begin{matrix} 100 \longrightarrow 100\% \\ 20 \longrightarrow x \end{matrix} \Rightarrow x = \frac{20 \times 100}{100} = 20\%$.

جامعة فرحات عباس– سطيف1–
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD　　**الحل النموذجي للامتحان في مقياس الإحصاء1 (2021)**　　**المدة:ساعة ونصف**

الاسم واللقب:......................رقم التسجيل:..........................الفوج:.....الفرع:..... متنقل بدين: نعم ☐ لا ☐

حل التمرين الأول:(06 نقاط)

1– لمعرفة الثروة الحيوانية الخاصة بالأبقار الحلوب في ولاية سطيف، أجريت دراسة على عينة من 30 مزرعة خاصة؛ حدد مايلي:

الهدف العام من الدراسة	الهدف الإحصائي	المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوع المتغير الإحصائي	الطريقة الملائمة	أسلوب الدراسة
معرفة الثروة الحيوانية الخاصة بالأبقار الحلوب في ولاية سطيف	عدد أبقار الحلوب في كل مزرعة	جميع المزارع في ولاية سطيف	مزرعة واحدة في ولاية سطيف	عدد الأبقار الحلوب	كمي منفصل	الطريقة المباشرة	أسلوب العينة

2– يتم تعديل (تصحيح) التكرارات عندما تكون أطوال الفئات غير متساوية في حالتين، هما:

الحالة الأولى:عند رسم المدرج التكراري **والحالة الثانية**:عند تحديد الفئة المنوالية وحساب المنوال.

3– العبارة: $\sum_1^k(x_i - \overline{x})^2 < \sum_1^k(x_i - x_\propto)^2$، حيث: $\overline{x} \neq x_\propto$؛ قراءتها الإحصائية، ومدلولها الإحصائي:

قراءتها: مجموع مربع انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي أقل من مجموع مربعات انحراف نفس القيم عن أي قيمة أخرى.

مدلولها: تدل هذه العبارة على أن المتوسط الحسابي أقرب إلى البيانات x_i من أي قيمة أخرى.

حل التمرين الثاني:(06 نقاط)

إليك هذه البيانات التي تمثل عدد الوفيات في الجزائر جرّاء فيروس كورونا المستجد (covid19)، خلال شهر جانفي 2021 حسب موقع وزارة الصحة والسكان وإصلاح المستشفيات:

6، 7، 3، 5، 5، 4، 6، 6، 5، 4، 5، 4، 3، 3، 5، 4، 5، 4، 3، 6، 4، 3، 5، 2، 3، 5، 6، 4، 3، 4، 3.

1– المتغير الإحصائي المدروس وطبيعته:

المتغير الإحصائي المدروس: عدد الوفيات، **طبيعته**:كمي منفصل.

2– عرض هذه البيانات في جدول توزيع تكراري، ثم حساب التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة النسبية:

عدد الوفيات (x_i)	عدد الأيام (n_i)	f_i	$F_i^{\uparrow}$	$F_i^{\downarrow}$	$n_i.x_i$
2	1	0,03	0,03	1	2
3	8	0,26	0,29	0,97	24
4	8	0,26	0,55	0,71	32
5	8	0,26	0,81	0,45	40
6	5	0,16	0,97	0,19	30
7	1	0,03	1	0,03	7
$\sum$	**31**	**1**	–	–	**135**

3– حساب متوسط عدد الوفيات في اليوم الواحد مع الشرح:

$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.x_i}{\sum n_i} = \frac{135}{31} = 4.35 \simeq 4$ وفيات.

الشرح: يقدر متوسط عدد الوفيات في الجزائر جرّاء فيروس كورونا في اليوم الواحد خلال شهر جانفي 2021 بـ: 4 وفيات.

4– عدد الأيام التي تكون فيها حالات الوفاة تتراوح مابين 3 و5؟

عدد الأيام: $8 + 8 + 8 = 24$ يوم.

5– استنتاج قيمة المنوال مع الشرح، وتسمية هذا التوزيع:

قيمة المنوال: $M_{0_1} = 3$ و $M_{0_2} = 4$ و $M_{0_3} = 5$.

الشرح:أغلبية أيام شهر جانفي 2021 يقدر فيها عدد الوفيات بـ: 3 وفيات، 4 وفيات، 5 وفيات.

يطلق على هذا التوزيع بـ: توزيع متعدد المنوال (ثلاثي المنوال).

أقلب الورقة

حل التمرين الثالث: (08 نقاط)

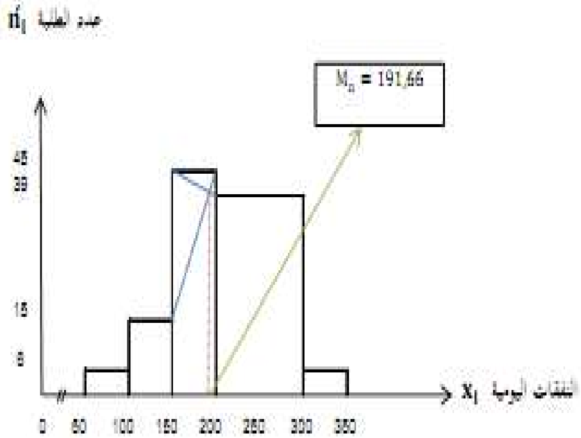
الجدول التالي يبين النفقات اليومية لعينة من 150 طالب بإحدى الكليات في جامعة سطيف1 (الوحدة النقدية:دج).

النفقات	عدد الطلبة	a_i	$\acute{n}_i = \frac{n_i}{a_i} \times a$	c_i	$n_i.c_i$	$N_i^{\uparrow}$
[50 - 100[	6	50	6	75	450	6
[100- 150[	15	50	15	125	1875	21
[150- 200[	45	50	45	175	7875	66
[200- 300[	78	100	39	250	19500	144
[300- 350[	6	50	6	235	1950	150
$\sum$	**150**	–	–	–	**31650**	–

1- المتغير الإحصائي المدروس،ونوعه:

المتغير الإحصائي المدروس :النفقات اليومية، **نوعه**:كمي متصل.

2- التمثيل البياني لهذا التوزيع، ثم استنتاج قيمة المنوال بيانيا، والتأكد من ذلك حسابيا وشرحها: __التمثيل البياني:__



حسابيا:من التكرار المعدل نجد أن الفئة المنوالية هي:[150 − 200[

حيث أن: $\Delta_1 = 45 - 15 = 30$ ، $\Delta_2 = 45 - 39 = 6$

وبالتالي فإن: $M_o = L_{M_o} + \left[\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right).A_{M_o}\right]$

$M_o = 150 + \left[\left(\frac{30}{30+6}\right).(200-150)\right] = 191,66$ دج

الشرح:أغلبية النفقات اليومية للطلبة تقدر بـ:191,66 دج.

3- إيجاد النفقات اليومية المتوسطة لهؤلاء الطلبة:

$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.c_i}{\sum n_i} = \frac{31650}{150} = 211$ دج

4- إيجاد عدد ونسبة الطلبة الذين تقل نفقاتهم اليومية عن 200 دينار جزائري.

العدد هو:$6 + 15 + 45 = 66$ طالب، **والنسبة هي**: $\begin{matrix} 150 \longrightarrow 100\% \\ 66 \longrightarrow x \end{matrix} \Rightarrow x = \frac{66 \times 100}{150} = 44\%$.

5- إيجاد قيمة الوسيط، وقيمة الربيع الأول وشرح النتيجة:

قيمة الوسيط:- الفئة الوسيطية هي: [200 − 300[: لأن: $N_{M_e}^{\uparrow} \geq \frac{n}{2} \geq \frac{150}{2} = 75$

$M_e = L_{M_e} + \left[\left(\frac{\frac{n}{2} - N_{M_{e-1}}^{\uparrow}}{n_{M_e}}\right).A_{M_e}\right] = 200 + \left[\left(\frac{75-66}{78}\right).(300-200)\right] = 200 + \left[\left(\frac{75-66}{78}\right).(100)\right] = 211,54$ دج

الشرح: 50 % من الطلبة نفقاتهم اليومية أقل من 211,54 دج بينما 50% الباقية من الطلبة نفقاتهم اليومية أكبر من 211,54 دج.

قيمة الربيع الأول: - فئة الربيع الأول هي: [150 − 200[: لأن: $N_{Q_1}^{\uparrow} \geq \frac{n}{4} \geq \frac{150}{4} = 37,5$

$Q_1 = L_{Q_1} + \left[\left(\frac{\frac{n}{4} - N_{Q_{1-1}}^{\uparrow}}{n_{Q_1}}\right).A_{Q_1}\right] = 150 + \left[\left(\frac{37,5-21}{45}\right).(200-150)\right] = 150 + \left[\left(\frac{37,5-21}{45}\right).(50)\right] = 168,33$ دج

الشرح: 25 % من الطلبة نفقاتهم اليومية أقل من 168,33 دج بينما 75% الباقية من الطلبة نفقاتهم اليومية أكبر من 168,33 دج.

6- استنتاج نسبة وعدد الطلبة الذين تتراوح نفقاتهم اليومية ما بين 200 دج و211,54 دج:

بما أن 211,54 هي قيمة الوسيط (M_e) و 200 هي قيمة المئوي 44 (C_{44}) ، فإن النسبة هي: $50\% - 44\% = 6\%$ ، أما العدد هو:$6\% \times 150 = 9$ طلبة.

جامعة فرحات عباس– سطيف1–

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى LMD **الحل النموذجي للامتحان الاستدراكي في مقياس الإحصاء1 (2021)** **المدة:ساعة ونصف**

الاسم واللقب:..................................**رقم التسجيل:**........................**الفوج:**.....**الفرع:**...... **متنقل بدين:نعم** ☐ **لا** ☐

حل التمرين الأول:(05 نقاط)

تكملة العبارات التالية بما يناسبها:

– في حالة المتغير الإحصائي المتصل؛ فإن نقطة تقاطع بين المنحنى التجميعي الصاعد والنازل تعبر عن مقياس إحصائي هو: الوسيط (M_e).

– رتبة الربيع الثاني في حالة بيانات سلسلة إحصائية (قبل التبويب) هي: $Q_2 = M_e = \frac{2(n+1)}{4} = \frac{(n+1)}{2}$.

– باستخدام قاعدة ستورجس؛ فإن عدد الفئات هو: $K = 1 + 3.322\log(n)$ أو عدد الفئات $(K) = \frac{(E)\text{ المدى العام}}{(C)\text{ طول الفئة}}$.

– الخصائص الرياضية التي تدل على أن المتوسط الحسابي هو أحسن وأدق مقاييس النزعة المركزية هي:

1– $\sum(x_i - \bar{x}) < 0$ ، **2–** $\sum(x_i - \bar{x})^2 < \sum(x_i - x_\alpha)^2$، حيث: $\bar{x} \neq x_\alpha$.

حل التمرين الثاني:(07 نقاط)

الجدول التالي يوضح توزيع عينة من 120 مزرعة حسب عدد الأبقار الحلوب:

عدد الأبقار الحلوب	n_i	$N_i^{\uparrow}$	$N_i^{\downarrow}$	$n_i.x_i$
3	21	21	120	63
4	21	42	99	84
5	39	81	78	195
6	24	105	39	144
7	9	114	15	63
8	6	120	6	48
المجموع	120	-	-	597

1– المتغير الإحصائي المدروس وطبيعته:

المتغير: الأبقار الحلوب، **طبيعته:** كمي منفصل.

2– تكملة الفراغات الموجودة في الجدول:

3– استنتاج قيمة المنوال مع الشرح:

قيمة المنوال: $M_o = 5$ أبقار.

الشرح: أغلبية المزارع تحتوي على خمسة أبقار حلوب.

4– حساب المتوسط الحسابي، ثم التمثيل البياني لهذا التوزيع التكراري:

حساب المتوسط الحسابي:

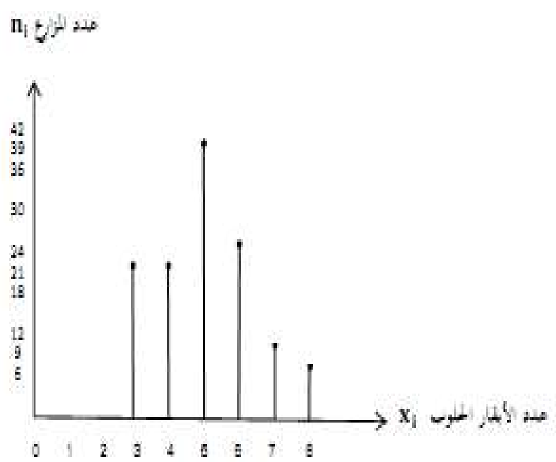
$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.x_i}{\sum n_i} = \frac{597}{120} = 4.975 \simeq 5$ أبقار.

الشرح: متوسط عدد الأبقار الحلوب في المزرعة الواحدة يقدر بـ: 5 أبقار.

5– عدد المزارع التي تمتلك من 5 إلى 7 أبقار حلوب:

$39 + 24 + 9 = 72$ مزرعة.

التمثيل البياني



حل التمرين الثالث: (08 نقاط)

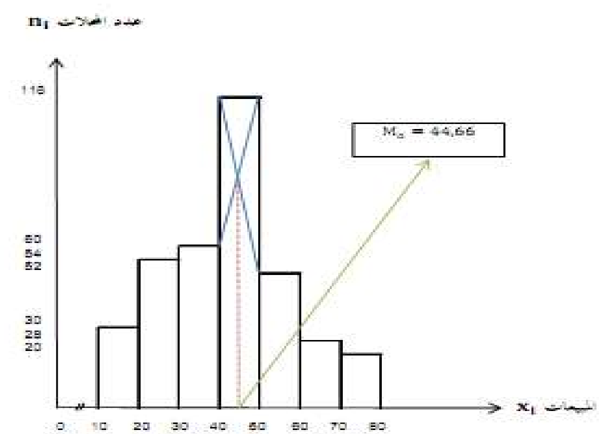
الجدول التالي يبين مبيعات 360 محل تجاري خلال أسبوع:

المبيعات	عدد المحلات	c_i	$n_i.c_i$	$N_i^{\uparrow}$
]10 - 20]	30	15	450	30
]20 - 30]	54	25	1350	84
]30 - 40]	60	35	2100	144
]40 - 50]	116	45	5220	260
]50 - 60]	52	55	2860	312
]60 - 70]	28	65	1820	340
]70 - 80]	20	75	1500	360
$\sum$	360	-	15300	-

1- المتغير الإحصائي المدروس، ونوعه:

المتغير:المبيعات، **نوعه**:كمي متصل.

2- التمثيل البياني لهذا التوزيع، ثم استنتاج قيمة المنوال بيانيا، والتأكد من ذلك حسابيا وشرحها: <u>التمثيل البياني:</u>



حسابيا: الفئة المنوالية هي:]40 – 50]

حيث أن: $\Delta_1 = 116 - 60 = 56$ ، $\Delta_2 = 116 - 52 = 64$

وبالتالي فإن: $M_o = L_{M_o} + \left[\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right).A_{M_o}\right]$

$M_o = 40 + \left[\left(\frac{56}{56+64}\right).(50-40)\right] = 44,66$ و.ن

الشرح:أغلبية مبيعات المحلات التجارية تقدر بـ:44,66 ون.

3- إيجاد المبيعات المتوسطة لهؤلاء المحلات:

$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.c_i}{\sum n_i} = \frac{15300}{360} = 42.5$ و.ن

4- إيجاد قيمة الوسيط، و قيمة العشير السادس وشرح النتيجة:

قيمة الوسيط: - الفئة الوسيطية هي:]40 – 50]: لأن: $N_{M_e}^{\uparrow} \geq \frac{n}{2} \geq \frac{360}{2} = 180$

$M_e = L_{M_e} + \left[\left(\frac{\frac{n}{2} - N_{M_{e-1}}^{\uparrow}}{n_{M_e}}\right).A_{M_e}\right] = 40 + \left[\left(\frac{180-144}{116}\right).(50-40)\right] = 40 + \left[\left(\frac{180-144}{116}\right).(10)\right] = 43,1$ و.ن

الشرح: 50% من المحلات التجارية مبيعاتهم أقل من 43,1 و.ن بينما 50% الباقية من المحلات التجارية مبيعاتهم أكبر من43,1 و.ن.

قيمة العشير السادس: - فئة العشير السادس هي:]40 – 50]: لأن: $N_{D_6}^{\uparrow} \geq \frac{6n}{10} \geq \frac{6 \times 360}{10} = 216$

$D_6 = L_{D_6} + \left[\left(\frac{\frac{6n}{10} - N_{D_{6-1}}^{\uparrow}}{n_{D_6}}\right).A_{D_6}\right] = 40 + \left[\left(\frac{216-144}{116}\right).(50-40)\right] = 40 + \left[\left(\frac{216-144}{116}\right).(10)\right] = 46,2$ و.ن

الشرح: 60% من المحلات التجارية مبيعاتهم أقل من 46,2 و.ن بينما 40% الباقية من المحلات التجارية مبيعاتهم أكبر من 46,2و.ن.

5- استنتاج نسبة وعدد المحلات الذين تتراوح مبيعاتهم ما بين 43.1 و46.2 و.ن: بما أن 46,2 هي قيمة العشير السادس (D_6) و 43,1 هي قيمة الوسيط (M_e) ، فإن النسبة هي: 60% – 50% = 10% ، أما العدد هو:10% × 360 = 36 محل.

الحل النموذجي للامتحان في مقياس الإحصاء1 (16جانفي2022)

حل التمرين الأول:(04 نقاط)

1- بعد دراسة الأشكال الثلاثة كانت النتائج التالية لقيم معامل فيشر للإلتواء: $\alpha_F = 2,63$ ،$\alpha_F = -2,04$ ،$\alpha_F = 0$.

أ- دلالة كل قيمة من قيم α_F المحصل عليها:

$\alpha_F = 2,63$: توزيع ملتوي الى اليمين. 0,5

$\alpha_F = -2,04$: توزيع ملتوي الى اليسار. 0,5

$\alpha_F = 0$: توزيع متماثل (متناظر). 0,5

ب- الشكل الموافق لكل قيمة من قيم α_F:

الشكل (1): الكلية A: $\leftarrow \alpha_F = -2,04$. 0,5

الشكل (2): الكلية B: $\leftarrow \alpha_F = 0$. 0,5

الشكل (3): الكلية C: $\leftarrow \alpha_F = 2,63$. 0,5

2- حجم العينة التي أجريت عليها الدراسة إذا كانت رتبة المئوي الثامن وثمانون هي 264 في حالة سلسلة إحصائية:

$$C_{88} = \frac{88(n+1)}{100} \Rightarrow 264 = \frac{88(n+1)}{100} \Rightarrow n = \frac{(264\times100)-88}{88} = \frac{26312}{88} = 299$$ طالب 1

حل التمرين الثاني:(07 نقاط)

1- المتغير الإحصائي المدروس ونوعه:

المتغير الإحصائي المدروس: عدد العلب المباعة من الزنك. 0,25

نوعه: كمي منفصل. 0,25

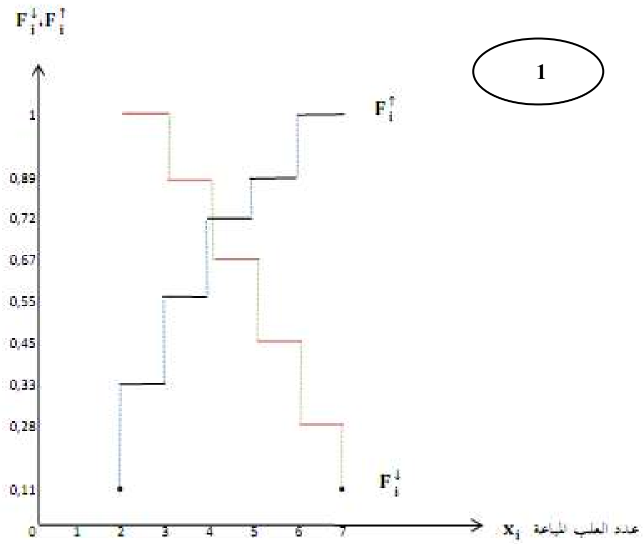
2- بعد عرض هذه البيانات في جدول توزيع تكراري، حساب التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة النسبية ثم تمثيلها بيانيا:

$n_i.x_i$	$F_i^{\downarrow}$	$F_i^{\uparrow}$	f_i	عدد الصيدليات (n_i)	عدد العلب (x_i)
8	1	0,11	0,11	4	2
24	0,89	0,33	0,22	8	3
32	0,67	0,55	0,22	8	4
30	0,45	0,72	0,17	6	5
36	0,28	0,89	0,17	6	6
28	0,11	1	0,11	4	7
158	–	–	**1**	**36**	$\sum$

0,5 0,5 0,5 0,5

- التمثيل البياني للتكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة النسبية:

1



- حساب متوسط عدد العلب المباعة من الزنك خلال اليوم الواحد (على الجدول) مع الشرح:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.x_i}{\sum n_i} = \frac{158}{36} = 4.39 \simeq 4$$ علب 1

الشرح: يقدر متوسط عدد العلب المباعة من الزنك خلال اليوم الواحد بـ: 4 علب. 0,5

4- استنتاج قيمة المنوال مع الشرح، وتسمية هذا التوزيع:

قيمة المنوال: $M_{0_1} = 3$ 0,25 و $M_{0_2} = 4$ 0,25

الشرح: أغلبية الصيدليات يقدر فيها عدد العلب المباعة من الزنك خلال اليوم الواحد بـ: 3 علب ، 4 علب. 0,5

يسمى التوزيع بـ: توزيع ثنائي المنوال. 0,5

5- عدد ونسبة الصيدليات التي تكون فيها عدد العلب المباعة من الزنك تتراوح مابين 4 و6:

عدد الصيدليات: $8+6+6=20$ صيدلية. 0,25

نسبة الصيدليات: $\begin{matrix} 36 \rightarrow 100\% \\ 20 \rightarrow x \end{matrix} \Rightarrow x = \frac{20\times100}{36} = 55,56\%$ 0,25

حل التمرين الثالث: (09 نقاط)

الجدول التالي يبين توزيع القارورات البلاستيكية حسب الوزن.

$F_i^{\uparrow}\%$	$f_{i\%}$	$N_i^{\uparrow}$	$n_i.c_i$	c_i	عدد القارورات n_i	الوزن x_i
12.5	12.5	10	175	17.5	10	]20 – 15]
31.25	18.75	25	337.5	22.5	15	]25 – 20]
68.75	37.5	55	825	27.5	30	]30 – 25]
87.5	18.75	70	487.5	32.5	15	]35 – 30]
100	12.5	80	375	37.5	10	]40 – 35]
–	**100**	–	**2200**	–	**80**	**Σ**

1- حساب متوسط أوزان القارورات، الوزن الوسيط، الوزن المنوال:

- حساب متوسط أوزان القارورات:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i.c_i}{\sum n_i} = \frac{2200}{80} = 27,5$$ غ 1

– **حساب الوزن الوسيط:**

– الفئة الوسيطية هي: $[25-30[$ لأن: $N_{M_e}^{\uparrow} \geq \frac{n}{2} \geq \frac{80}{2} = 40$

$$M_e = L_{M_e} + \left[\left(\frac{\frac{n}{2}-N_{M_{e-1}}^{\uparrow}}{n_{M_e}}\right).A_{M_e}\right] = 25 + \left[\left(\frac{40-25}{30}\right).(30-25)\right] =$$

27,5 غ 1

– **حساب الوزن المنوال:**

الفئة المنوالية هي: $[25-30[$

حيث أن: $\Delta_1 = 30-15 = 15$ ، $\Delta_2 = 30-15 = 15$

وبالتالي فإن: $M_o = L_{M_o} + \left[\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right).A_{M_o}\right]$

$M_o = 25 + \left[\left(\frac{15}{15+15}\right).(30-25)\right] = 27,5$ غ 1

2– حساب قيمة الانحراف المعياري:

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5} n_i.(c_i-\bar{x})^2}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{2750}{80}} = \sqrt{34.375} =$$

5,86 غ 0,5

3–حساب نسبة وعدد القارورات التي يتراوح وزنهما بين: 22 غ و33 غ:

$22 = 20 + \left[\left(\frac{\alpha_1-12.5}{18.75}\right).(25-20)\right] \Rightarrow (22-20)\times 18.75 =$
$5\alpha_1 - (5\times 12.5) \Rightarrow 100 = 5\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 = 20\%$
$33 = 30 + \left[\left(\frac{\alpha_2-68.75}{18.75}\right).(35-30)\right] \Rightarrow (33-30)\times 18.75 =$
$5\alpha_2 - (5\times 68.75) \Rightarrow 400 = 5\alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = 80\%$

إذن النسبة هي: $(\alpha_2-\alpha_1) = (80-20)\% = 60\%$ 0,25

ومنه العدد : $\begin{matrix} 100\% \rightarrow 80 \\ 60\% \rightarrow x \end{matrix}$ $\Rightarrow x = \frac{80\times 60}{100} = 48$ قارورة 0,25

4–حساب عدد ونسبة القارورات التي يتراوح وزنها ما بين: 22,5 غ و 32,5 غ:

عدد القارورات: $\frac{n_2}{2} + n_3 + \frac{n_4}{2} = \frac{15}{2} + 30 + \frac{15}{2} = 45$ قارورة 0,25

ومنه النسبة: $\begin{matrix} 80 \rightarrow 100\% \\ 45 \rightarrow x \end{matrix}$ $\Rightarrow x = \frac{45\times 100}{80} = 56,25\%$ 0,25

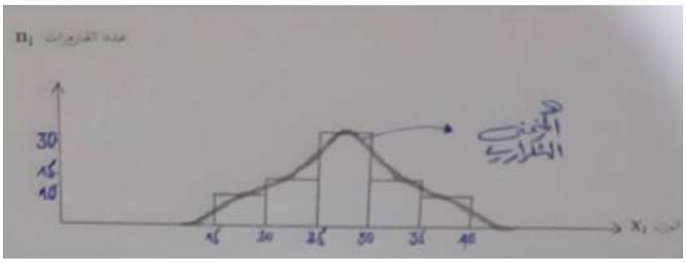
ملاحظة: يمكن الاجابة عن هذا السؤال بنفس الطريقة السابقة.

$22.5 = 20 + \left[\left(\frac{\alpha_1-12.5}{18.75}\right).(25-20)\right] \Rightarrow (22.5-20)\times$
$18.75 = 5\alpha_1 - (5\times 12.5) \Rightarrow \alpha_1 = 21.875\%$
$32.5 = 30 + \left[\left(\frac{\alpha_2-68.75}{18.75}\right).(35-30)\right] \Rightarrow (32.5-30)\times$
$18.75 = 5\alpha_2 - (5\times 68.75) \Rightarrow \alpha_2 = 78.125\%$

إذن النسبة α هي: $\alpha = (78.125-21.875)\% = 56,25\%$

ومنه العدد هو: $\begin{matrix} 100\% \rightarrow 80 \\ 56,25\% \rightarrow x \end{matrix}$ $\Rightarrow x = \frac{80\times 56,25}{100} = 45$ قارورة

5– رسم المنحنى التكراري: 1



6– في دراسة مماثلة على ورشة صناعية ثانية كانت النتائج كالتالي:

متوسط أوزان القارورات يقدربـ: 30 غ، والتباين يقدر بـ: 4.

أ– مقارنة مستوى الأوزان: $\bar{X}_1 = 27,5$ $\bar{X}_2 = 30$

نلاحظ أن: $\bar{X}_2 > \bar{X}_1$ وعليه فإنه على العموم مستوى أوزان القارورات في الورشة الثانية أكبر مما هي عليه في الورشة الأولى. 0,5

ب– مقارنة تشتت الأوزان: بما أن: $\bar{X}_1 \neq \bar{X}_2$ فإننا نستخدم مقاييس التشتت النسبية لمقارنة أوزان القارورات بين الورشتين:

الورشة الأولى: $CV_1 = \delta(X_1)\% = \frac{\delta(X_1)}{\bar{X}_1}\times 100 = \frac{5,86}{27,5}\times 100 = 21,31\,\%$

الورشة الثانية: $CV_2 = \delta(X_2)\% = \frac{\delta(X_2)}{\bar{X}_2}\times 100 = \frac{\sqrt{4}}{30}\times 100 = 6,67\,\%$

- بما أن: $CV_1 > CV_2$ فإننا نقول أن تشتت أوزان القارورات في الورشة الأولى أكبر مما هي عليه في الورشة الثانية، أي أن الفوارق في أوزان القارورات أكبر في الورشة الأولى، وعليه فإن أوزان القارورات للورشة الثانية أكثر تجانسا من أوزان القارورات للورشة الأولى. 0,5

7– دراسة قضيتي الالتواء والتفرطح على الورشة الصناعية الأولى:

دراسة قضية الالتواء: بما أن: $\bar{X} = M_e = M_o = 27,5$ فإن توزيع أوزان القارورات متناظر(متماثل) أي $\alpha_F = 0$. 0,5

دراسة قضية التفرطح:

$$\beta_F = \frac{\mu_4}{\delta(X)^4} - 3 \Rightarrow \beta_F = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{5} n_i.(c_i-\bar{x})^4}{\sum n_i}}{\delta(X)^4} - 3 = \frac{218750}{5,86^4} - 3$$

$$\beta_F = \frac{2734,375}{1179,21} - 3 = -0,68 \simeq 0$$

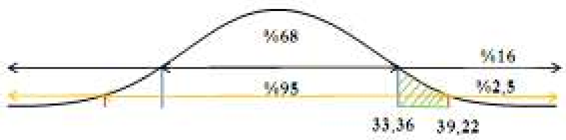
وعليه فإن توزيع أوزان القارورات توزيع طبيعي مع قليل من التفرطح (متفرطح نسبيا يميل إلى الاعتدال). 0,5

8– أ– حساب نسبة القارورات التي يفوق وزنها 27,5 غ:

بما أن: $\bar{X} = M_e = M_o = 27,5$ فإن النسبة هي: 50%. 0,5

8– ب– حساب نسبة القارورات التي يتراوح وزنها ما بين 33,36 و39,22 غ:

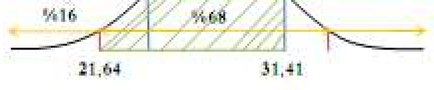
$33,36 = \bar{X} + \alpha\delta(X) \Rightarrow 33,36 = 27,5 + \alpha(5,86) \Rightarrow$
$\alpha = \frac{33,36-27,5}{5,86} = 1 \Rightarrow$ قاعدة2(68%)
$39,22 = \bar{X} + \alpha\delta(X) \Rightarrow 39,22 = 27,5 + \alpha(5,86) \Rightarrow$
$\alpha = \frac{39,22-27,5}{5,86} = 2 \Rightarrow$ قاعدة3(95%)



إذن النسبة هي: %13,5 = %2,5 – %16. 0,5

8– ج– حساب نسبة القارورات التي يتراوح وزنها ما بين 21,64 و31,41 غ:

$21,64 = \bar{X} - \alpha\delta(X) \Rightarrow 21,64 = 27,5 - \alpha(5,86) \Rightarrow$
$\alpha = \frac{27,5-21,64}{5,86} = 1 \Rightarrow$ قاعدة2(68%)
$31,41 = \bar{X} + \alpha\delta(X) \Rightarrow 31,41 = 27,5 + \alpha(5,86) \Rightarrow$
$\alpha = \frac{31,41-27,5}{5,86} = 0,67 = \frac{2}{3} \Rightarrow$ قاعدة1(50%)



إذن النسبة هي: %59 = (%16 – %25) + %50. 0,5

خاتمة

من خلال هذه المطبوعة التي تندرج ضمن مقياس الإحصاء 1 هي عبارة عن نتاج علمي لا تخلو من النقائص والهفوات، وكل أملنا أن تسهم في تطوير البحث العلمي،من خلال الحرص قدر المستطاع أن يتم التبسيط والتفصيل في الحل قدر الإمكان، ذلك أن مضمون هذا المقياس يتطلب حل الكثير من التمارين، وبفهم محتوى هذه المطبوعة يصبح الطالب متمكن من جوهر وأساسيات الإحصاء ، وبما يمكنه ويسهل عليه التعمق أكثر في فهم محتوى هذا المقياس إذا أراد ذلك، فيمكنه الرجوع إلى الكثير من الكتب التي تتضمن دروس وتمارين متعددة ومختلفة، وأرجو أن أكون قد وفقت في إنجاز هذه المطبوعة الجد متواضعة،كما نسأل الله أن يجعل هذا العمل خالصا لوجهه الكريم، ويجعله في ميزان حسناتنا، وأن ينفع به الطلبة.

والله الموفق

قائمة المراجع

أولا:الكتب باللغة العربية:

– حسن ياسين طعمة وإيمان حسين حنوش،**الإحصاء الاستدلالي**،الطبعة الثانية،دار صفاء للنشر والتوزيع،عمان،2015.

– عبد اللطيف الطراونة عوض،**الإحصاء التطبيقي**، الطبعة الأولى، دار الخليج،عمان،2018.

– سالم عيسى بدر وعماد غصاب عبابنة،**مبادئ الإحصاء الوصفي والاستدلالي**، الطبعة الأولى،دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة،عمان،2007.

– محمد يوسف أشقر وعبد اللطيف يوسف الصديقي،**أساسيات الإحصاء والاحتمالات**، الطبعة الأولى،دار الراتب الجامعية،بيروت،2001.

– موراي سبيجل وجون شيلر وألو سرينيفاسان،**الاحتمالات والإحصاء: سلسلة ملخصات شوم**، ترجمة: محمود علي أبو النصر ومصطفى جلال مصطفى، الطبعة الأولى، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية، مصر،2004.

– موراي شبيجل، **الإحصاء : سلسلة ملخصات شوم**، ترجمة: شعبان عبد الحميد شعبان، الطبعة السابعة، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية، مصر،2004.

– محمد صبحي أبو صالح؛ عدنان محمد عوض، **مقدمة في الإحصاء مبادئ وتحليل باستخدام SPSS**، الطبعة الثانية، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، عمان، 2008.

– عبد الجبار توفيق البياتي، **الإحصاء وتطبيقاته في العلوم التربوية والنفسية**، الطبعة الأولى، إثراء للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2008.

– محمد صبحي أبو صالح، **مبادئ الإحصاء**، الطبعة العربية، دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2007.

– دلال القاضي؛ سهيلة عبد الله؛ محمود البياتي، **الإحصاء للإداريين والاقتصاديين**، دار الحامد للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2005.

ثانيا:المطبوعات:

– ساعد بن فرحات وعبد الحميد قطوش،**مطبوعة تحت عنوان:ملخص الإحصاء 1- مدعم بتمارين وامتحانات محلولة-** ،كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير،جامعة سطيف1،2014-2015.

– بوزورين فيروز، **دروس وتمارين في مقياس الإحصاء1 مع حلول امتحانات سنوات سابقة**، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير،جامعة سطيف1،2018-2019.

ثالثا:الكتب باللغة الأجنبية:

- Khaldi Khaled, **Méthodes Statistiques: rappel de cours – exerices corrigés**, OPU, Alger,2005.
- Christophe Hurlin, Valérie mignon, **Statistique et Probabilités en économie-gestion** , DUNOD, Paris, 2015.
- Etienne Bressoud , Jean Claude Kahané, **Statistiques descriptives**, Pearson éducation, Paris, 2010.
- Lucien Leboucher, Marie-José Voisin, **Introduction à la statistique descriptive, Cours et exercices avec tableur**, CÉPADUÈS-ÉDITIONS, Toulouse – France, 2011.
- Pierre Bailly Christine Carrère, **Statistiques descriptives Exercices**, Collection «Libres Cours Économie», Presses universitaires de Grenoble.
- Hocine Hamdani, **Statistique desctiptive : avec initiation aux méthodes d'analyse de l'information économique 'exercices et corrigés'**, Office des publications universitaires, Alger, 2010.
- Grais Bernard, **Statistique descriptive**, Dunod, Paris, 2000.
- David Anderson, **Statistique pour l'économie et la gestion**, De Boeck, Bruxelles, 2003.
- Ahmed Chibat, **Cours de statistiques**, Université Mentouri de Constantine, Algérie, 2000.